

# גיאומטריה קומבינטורית

## חימום:

1. יהי  $P_1$  פאון קמור תלת-ממדי עם 9 קודקודים:  $A_1, A_2, \dots, A_9$ . נסמן ב- $P_i$  את הפאון שמקבלים כשמפעילים הזזה על  $P_1$  כך שהקודקוד  $A_1$  מגיע לקודקוד  $A_i$ . הוכיחו שאפשר למצוא שני פאונים מתוך  $P_1, P_2, \dots, P_9$  עם נקודה פנימית משותפת.

בשאלות 2-4, אף שלוש נקודות לא נמצאות על ישר.

2. מצאתם 5 נקודות במישור, ואף 4 לא על מעגל אחד. כמה מעגלים יש שעוברים בדיוק ב-3 נקודות, ומכילים בדיוק נקודה אחת? מצאו את כל האפשרויות.
3. מצאו את כל תתי הקבוצות הסופיות  $S$  של נקודות במישור, כך שלכל 3 נקודות בקבוצה, קיימת נקודה רביעית בקבוצת שמשלימה אותן (באיזשהו סדר) למקבילית.
4. שוב מצאתם 5 נקודות במישור. כל משולש שקודקודיו בנקודות האלו הוא עם שטח לפחות 1. כמה קטן יכול להיות השטח המקסימלי של משולש כזה?

## רתיחה:

5. נתון מצולע. האם אפשר לחלק אותו לטרפזים שווי-שוקיים?
6. קניתי במכירה פומבית אוסף מדבקות ריבועיות. הראו שאפשר לכסות איתם דף ריבועי עם אורך צלע 1, אם:
  - א. סכום שטחי המדבקות הוא 4.
  - ב. (\*) סכום שטחי המדבקות הוא 3.
7. עשרה מאפיונרים עומדים בשדה תירס. (בין כל שני מאפיונרים יש מרחקים שונים). פתאום שעון קוקייה מופעל, מבהיל את כולם, וכל מאפיונר יורה והורג את המאפיונר הקרוב ביותר אליו. חבל. תמקמו אותם כך שכמה שיותר מאפיונרים ישרדו.
8. מצאו את כל המספרים  $n \geq 3$  עם התכונה הבאה: כל מצולע קמור עם  $n$  צלעות שכל צלעותיו באורך 1, מכיל בתוכו משולש שווה צלעות באורך 1.

9. לוסי ציירה 2017 מעגלים במישור. המעגלים לא נוגעים זה בזה, אף מעגל לא נמצא בתוך אף מעגל אחר, ואין שלשה מעגלים עם משיק משותף. לאחר מכן לוסי ציירה קטעים, כך שכל קטע משיק לשני מעגלים, עם קצותיו על נקודות ההשקה. לוסי ציירה את הקטעים שלה כך שהקטעים לא חותכים קטעים אחרים, ולא חותכים מעגלים אחרים, והיא הפסיקה רק כאשר לא ניתן להוסיף יותר קטעים לציור. מצאו את כל האפשרויות לכמות הקטעים שלוסי ציירה.
10. כמה נקודות אפשר לצייר, כך שאין זווית גדולה מ- $90^\circ$ ?
- א. אם מציירים את הנקודות במישור?  
 ב. ואם מציירים אותן במרחב?
11. הוכיחו שקיים קבוע  $c > 0$  שמקיים את התכונה הבאה:  
 יש  $n$  אנשים שעומדים בחדר המתנה לרופא (התור הוא ישראלי; הם לא כולם על ישר אחד). האנשים מחויבים לקיים את הנחיות הקורונה, אז המרחק בין כל שני האנשים הוא לפחות 2 מטר. הוכיחו שאפשר לצייר ישר על הרצפה של חדר ההמתנה, ככה ש:
- א. אף בן אדם לא עומד על הישר  
 ב. בכל צד של הישר יש לפחות בן אדם אחד  
 ג. המרחק מכל בן אדם לישר הוא לפחות  $cn^{-1/3}$ .