מיקל

1. ישר l נחתך עם הצלעות BC, AC, AB של משולש ABC בנקודות D, E, F בהתאמה. המעגלים החוסמים של ABC ו-BDF נחתכים שנית ב-X. הישרים XD, XE נחתכים שנית עם המעגל ABC בנקודות U, V. הוכיחו כי $UV = AB$.

2. על הצלעות BC, AD של מרובע $ABCD$ נתונות נקודות E, F כך ש-$\frac{BF}{CF} = \frac{AE}{ED}$. EF נחתך עם AB, CD בנקודות S, T בהתאמה. הוכיחו כי המעגלים SAF, SBE, TCF, TDE נפגשים בנקודה אחת.

3. א. נתון מרובע $ABCD$ ו-M נקודת מיקל שלו. הוכיחו כי חוצי הזוויות של $\angle AMC$ ו-$\angle BMD$ מתלכדים.
ב. המשיקים המשותפים למעגלים ABC, ADC נפגשים בנקודה X. הוכיחו כי $ACMX$ חסום במעגל.

4. נתון מרובע $ABCD$ ובו $AD = BC$. תהי E נקודה על הצלע BC ותהי F נקודה על הצלע AD כך ש-$BE = DF$. האלכסונים AC, BD נפגשים ב-P. הישר EF נחתך עם הישרים AC, BD בנקודות Q, R בהתאמה. הוכיחו שכאשר E, F זזות על הצלעות, המעגל PQR עובר בנקודה קבועה בנוסף ל-P.

5. המשכי הצלעות AB ו-CD של מרובע $ABCD$ נחתכים בנקודה E. המשכי הצלעות AD, BC נחתכים בנקודה F. הוכיחו כי מרכזי המעגלים ABF, CDF, ADE, BCE נמצאים על מעגל אחד.

6. תהי D נקודה על המעגל החוסם של משולש ABC. יהי l ישר שטיינר של D ביחס ל-ABC. נסמן את החיתוכים של l עם BC, AC, AB ב-X, Y, Z בהתאמה. יהי O_A מרכז המעגל החוסם של AYZ, נגדיר באופן דומה את O_B ו-O_C. הוכיחו כי O_A, O_B, O_C, D נמצאות על מעגל אחד.

7. מרובע $ABCD$ חסום במעגל Ω. אלכסוני המרובע נחתכים בנקודה E. על הישרים AB, BC נבחרו נקודות P, Q כך ש-P, Q, E ישר. תהי R נקודה על Ω כך שהמעגל DER משיק ל-PE. הוכיחו כי $BPRQ$ חסום במעגל.

8. מרובע $ABCD$ חסום במעגל כך ש-AB הוא קוטר המעגל ו-O מרכזו. המעגלים ADO ו-BCO נחתכים שנית בנקודה P. המשכי הצלעות AB ו-CD נחתכים בנקודה E. הוכיחו כי $\angle OPE = 90°$.

9. נתון מרובע $ABCD$ החסום במעגל. נסמן ב-E ו-F את החיתוך של AC עם BD ואת החיתוך של AD עם BC בהתאמה. חוצי הזוויות של $\angle AFB$ ו-$\angle AEB$ נחתכים עם CD בנקודות X, Y. הוכיחו כי $ABXY$ חסום במעגל.

10. יהי משולש ABC ומעגל ω שמשיק לקטעים AB, AC בנקודות D, E בהתאמה. נתונות F, G על הצלע BC כך ש-$BD = BF, CE = CG$. הקטעים EF ו-DG נחתכים בנקודה X. נסמן ב-I את מרכז המעגל החסום ב-ABC. הוכיחו כי XI עובר בנקודה הצפונית של ω.