

יש מצב?

1. בשורה רשומים N מספרים שלמים חיוביים, שסכומם 20, וסכום בכל רצף בתוך השורה שונה מ-3. האם יש מצב ש- $N > 10$?

2. א. האם קיימים במישור שני מצולעים חופפים בעלי 7 צלעות, שכל הקודקודים שלהם מתלכדים, אבל אף שתי צלעות שלהם לא מתלכדות?
ב. אותה שאלה עבור שלושה מצולעים.
תזכורת: מצולע זה קו שבור סגור שלא חותך את עצמו.

3. במשולש העבירו 3 צ'ביאנות, שנחתכות בנקודה אחת. הציור שהתקבל מורכב מ-12 קטעים (כי כל צלע וכל צ'ביאנה מורכבת משני קטעים). האם בכל מקרה ניתן להרכיב 4 משולשים מ-12 הקטעים האלה?

4. האם אפשר לחסום תמניון משוכלל בקוביה כך שקודקודי התמניון יהיו על מקצועות הקוביה?

5. נתון אוסף סופי של פונקציות מחזוריות רציפות, כשמחזור של כל פונקציה קטן מ-1. האם יתכן שסכום הפונקציות הוא פונקציה עולה ממש על פני קטע באורך 1?

6. נתון לוח Φ (לאו דווקא מלבני) שמורכב ממספר סופי של משבצות. בנוסף נתונים 2022 סוגים שונים של מרצפות שגם הן מורכבות ממשבצות (שתי מרצפות שנבדלות על ידי סיבוב או שיקוף הן מאותו סוג).
א. האם יש מצב שלכל 1001 סוגים שתבחרו ניתן לרצף את Φ באמצעות מרצפות מסוגים אלה, ולאף 1000 סוגים אי-אפשר?

ב. האם יש מצב שלכל 1000 סוגים שתבחרו ניתן לרצף את Φ באמצעות מרצפות מסוגים אלה, ולאף 1001 סוגים אי-אפשר לרצף תוך שימוש בכל ה-1001 סוגים?

7. א. לאילו ערכי n קיימים n מספרים שלמים חיוביים a_1, a_2, \dots, a_n עבורם השברים $\frac{k}{a_k}$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{2}{a_2} + \frac{3}{a_3} + \dots + \frac{n}{a_n} = 1 \text{ ומתקיים?}$$

ב. האם קיימים מספרים שלמים חיוביים שונים בזוגות $x_1, x_2, \dots, x_{5780}$, ותמורה שלהם $y_1, y_2, \dots, y_{5780}$,

$$\text{כך ש-} x_i \text{ זר ל-} y_i \text{ לכל } i, \text{ והמספר } \frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + \dots + \frac{x_{5780}}{y_{5780}} \text{ הוא שלם?}$$

8. בשפה הטווסית יש מספר סופי של כללים שלפיהן ניתן לשנות מילים. כל הכללים הם מהצורה: בכל חלק של מילה ניתן להחליף רצף של אותיות X באמצעות רצף של אותיות Y . למשל $(a \leftarrow aa), (c \leftarrow b)$ זו אפשרות אחת לכלליים של טווסית. לפי כללים אלה ניתן לעשות סדרה של שינויים למילה $aabaa$, למשל $aabaa \leftarrow abaa \leftarrow aba \leftarrow aca$ ואחרי זה כבר אי-אפשר לשנות את המילה. נגיד שעבור מילה התחלתית W סדרת שינויים היא מלאה אם היא מסתיימת במילה שכבר לא ניתן לשנות אותה. האם יתכן שקיימים כללים אפשריים לטווסית ומילה W , כך שכמות השינויים בכל סדרה מלאה שמתחילה ב- W היא ריבוע שלם, וכל ריבוע שלם מתקבל על ידי איזושהי סדרה?

בתאבון!