

15.06.2023

1. יהי a, b, c, d מספרים ממשיים ו- $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$.
הוכיחו כי: $(1+a)(1+b) \geq cd$.

2. יהי $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$. הוכיחו כי:

$$\frac{a(b^2+3)}{3c^2+1} + \frac{b(c^2+3)}{3a^2+1} + \frac{c(a^2+3)}{3b^2+1} \geq 3$$

3. יהי a, b, c מספרים ממשיים. הוכיחו כי:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3a + 3 \geq ab + ac + bc + 3c$$

4. יהי a, b, c, d מספרים חיוביים. הוכיחו כי:

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+d} + \frac{d}{d+a} < 3 \quad (\text{א})$$

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+d} + \frac{c}{d+a} + \frac{d}{a+b} \geq 2 \quad (\text{ב})$$

$$\frac{a+3b}{b+c} + \frac{b+3c}{c+d} + \frac{c+3d}{d+a} + \frac{d+3a}{a+b} \geq 8 \quad (\text{ג})$$