

02.02.2025

1. יהי a, b, c מספרים ממשיים ו- $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 0$
הוכיחו כי: $(a^2 + bc)(b^2 + ac)(c^2 + ab) < 0$.

2. יהי a_1, a_2, \dots, a_n מספרים חיוביים ו- $a_1 a_2 \cdot \dots \cdot a_n \geq 1$
הוכיחו כי: $a_1^2 + a_2^3 + \dots + a_n^{n+1} \geq a_1 + a_2^2 + \dots + a_n^n$.

3. יהי a_1, a_2, \dots, a_n מספרים חיוביים.
הוכיחו כי: $\frac{a_1 - a_3}{a_2 + a_3} + \frac{a_2 - a_4}{a_3 + a_4} + \dots + \frac{a_n - a_2}{a_1 + a_2} \geq 0$

4. יהי $\{a, b, c\} \subset [1, 4]$. מצאו את הערך המקסימלי של הביטוי:
 $\frac{|a-2|}{b+c} + \frac{|b-2|}{a+c} + \frac{|c-2|}{a+b}$

5. יהי a, b, c מספרים ממשיים, $a + b + c = 1$ ו- $ab + ac + bc \geq \frac{1}{4}$
הוכיחו כי: $4(ab + ac + bc) - 9abc \leq 1$.

6. יהי a, b, c מספרים לא שליליים ו- $ab + ac + bc + abc = 4$
הוכיחו כי: $\sqrt{a+b+ab} + \sqrt{a+c+ac} + \sqrt{b+c+bc} \geq \sqrt{32-5abc}$.

7. יהי $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{2025} = 0$

הוכיחו כי: $|\cos \alpha_1| + |\cos \alpha_2| + \dots + |\cos \alpha_{2025}| \geq 1$

8. יהי a, b, c מספרים חיוביים ו- $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = 2$

הוכיחו כי: $\frac{5}{3} \leq \frac{a+b+c}{\max\{a, b, c\}} \leq 2$