30.10.2024

1. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים, $a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2+a^2b^2c^2 \geq 4$.
הוכיחו כי: $a+b+c \geq 2\sqrt{2}$.

2. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים, אשר סכומם הוא 3. הוכיחו כי:
$$\frac{a+b}{a^2+b^2+7c}+\frac{c+b}{c^2+b^2+7a}+\frac{a+c}{a^2+c^2+7b} \geq \frac{2}{3}.$$

3. יהיה a_1, a_2, ..., a_n מספרים חיוביים, אשר מכפלתם היא 1.
הוכיחו כי:
$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+...+\frac{1}{a_n} \geq 6\left(\frac{a_1}{a_1+5}+\frac{a_2}{a_2+5}+...+\frac{a_n}{a_n+5}\right)$$

4. יהי a, b, c ו- d מספרים חיוביים. הוכיחו כי:
$$\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{c^3}+\frac{c^3}{d^3}+\frac{d^3}{a^3} \geq 2\sqrt{\frac{a^4+b^4+c^4+d^4}{abcd}}.$$

5. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים ו- $a+b+c+abc=4$. הוכיחו כי:
$$\frac{\sqrt{a}}{a+1}+\frac{\sqrt{b}}{b+1}+\frac{\sqrt{c}}{c+1} \leq \frac{6\sqrt{ab+ac+bc+1}}{ab+ac+bc+5}.$$

6. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים ו- $a+b+c=2$. הוכיחו כי:
$$\frac{1}{\sqrt{a+bc}}+\frac{1}{\sqrt{b+ac}}+\frac{1}{\sqrt{c+ab}} \geq \frac{4}{\sqrt{3(ab+ac+bc)}}.$$