19.12.2024

1. יהי a, b, c ו- d מספרים חיוביים. הוכיחו כי:

$$\sqrt{\frac{a}{b+c+d}}+\sqrt{\frac{b}{a+c+d}}+\sqrt{\frac{c}{a+b+d}}+\sqrt{\frac{d}{a+b+c}} \geq 2.$$

2. הוכיחו כי בכל משולש $\frac{m_a}{a}+\frac{m_b}{b}+\frac{m_c}{c} \geq \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

3. יהי a, b, c, d, e ו- f מספרים חיוביים.

הוכיחו כי: $\sqrt[3]{\frac{abc}{a+b+d}}+\sqrt[3]{\frac{def}{c+e+f}} \leq \frac{2}{3}\sqrt[3]{(a+b+d)(c+e+f)}$.

4. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים ו- $ab+ac+bc+abc=4$.

הוכיחו כי: א) $a+b+c \geq 3$; ב) $ab+ac+bc \geq 3$;

ג) $a+b+c \geq ab+ac+bc$.

5. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים עבורם מתקיים:

$$\frac{1}{a^2+b^2+1}+\frac{1}{b^2+c^2+1}+\frac{1}{c^2+a^2+1} \geq 1.$$

הוכיחו כי: $ab+ac+bc \leq 3$.

6. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים. הוכיחו כי:

$$\frac{a}{a+b}+\frac{b}{b+c}+\frac{c}{c+a} \geq \frac{a+b+c}{a+b+c-\sqrt[3]{abc}}.$$