29.01.2023

1. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים. הוכיחו כי:
$$\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{a+c}}+\sqrt{\frac{c}{a+b}}\geq 2$$.

2. הוכיחו כי בכל משולש $\frac{a}{m_a}+\frac{b}{m_b}+\frac{c}{m_c}\geq 2\sqrt{3}$.

3. יהי a, b ו- c מספרים ממשיים. הוכיחו כי:
$$\frac{a}{a^2+b^2+2}+\frac{b}{b^2+c^2+2}+\frac{c}{c^2+a^2+2}\leq\frac{3}{4}$$.

4. יהי a, b ו- c מספרים ממשיים שונים מ- 0 עבורם
$|(a+b)(a+c)(b+c)|=|(a-b)(a-c)(b-c)|$.
הוכיחו כי: $\left|\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right|\geq 1$.

5. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים. הוכיחו כי:
$$\sqrt{1+4ab+4ac}+\sqrt{1+4ab+4bc}+\sqrt{1+4ac+4bc}\geq 1+\frac{8(ab+ac+bc)}{a+b+c}$$

6. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים עבורם $a+b+c+1=4abc$.
הוכיחו כי: $\frac{\sqrt{1+4ab+4ac}}{2a+1}+\frac{\sqrt{1+4ab+4bc}}{2b+1}+\frac{\sqrt{1+4ac+4bc}}{2c+1}\geq 3$

7. יהי a, b ו- c חיוביים ו- $a+b+c\leq 2(ab+ac+bc)$. הוכיחו כי:
$$\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+a+b+c\geq\sqrt{a^2+\frac{b}{a}+\frac{c}{b}}+\sqrt{b^2+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}}+\sqrt{c^2+\frac{a}{c}+\frac{b}{a}}$$.

8. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים עבורם $abc=1$. הוכיחו כי:
$$\sqrt{1+4ab+4ac}+\sqrt{1+4ab+4bc}+\sqrt{1+4ac+4bc}\leq 3+2(a+b+c)$$.