

17.03.2023

1. יהי a, b, c, d, e מספרים חיוביים. הוכיחו כי:

$$\frac{a^2+1}{a+b} + \frac{b^2+1}{b+c} + \frac{c^2+1}{c+d} + \frac{d^2+1}{d+e} + \frac{e^2+1}{e+a} \geq 5$$

2. יהי $a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n, b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n$ ו- τ תמורה של $1, 2, \dots, n$.

$$\sum_{k=1}^n a_k b_{n-k+1} \leq \sum_{k=1}^n a_k b_{\tau(k)} \leq \sum_{k=1}^n a_k b_k$$

הוכיחו כי:

3. יהי a, b, c מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$a^5 b + b^5 c + c^5 a \geq (a^3 + b^3 + c^3) abc$$

4. יהי a, b, c מספרים לא שליליים עבורם $a + b + c = 3$.

$$a^2 b + b^2 c + c^2 a + abc \leq 4$$

הוכיחו כי:

5. יהי a, b, c מספרים לא שליליים עבורם $a + b + c = 3$.

$$\frac{1}{a^2 b + 2} + \frac{1}{b^2 c + 2} + \frac{1}{c^2 a + 2} \geq \frac{7}{abc + 6}$$

הוכיחו כי:

6. יהי m ו- n מספרים טבעיים עבורם $\sqrt{23} > \frac{m}{n}$.

$$\sqrt{23} > \frac{m}{n} + \frac{3}{mn}$$

הוכיחו כי:

7. יהי a, b, c מספרים חיוביים. הוכיחו כי:

$$\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} \geq \frac{a+b+c}{a+b+c - \sqrt[3]{abc}}$$