04.05.2025

1.יהי a, b ו- c מספרים ממשיים. הוכיחו כי:

$$(a^2+2)(b^2+2)(c^2+2) \geq 3(a+b+c)^2 + \frac{8}{9}(ab+ac+bc-3)^2$$
.

2. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים ו- $5a+6b+7c=1$.

מצאו את הערך המינימלי השלם של: $\frac{2}{a}+\frac{3}{b}+\frac{4}{c}$.

3. יהי a, b ו- c מספרים ממשיים. הוכיחו כי:

$$\sqrt{1+\left(a\sqrt{1+b^2}+b\sqrt{1+a^2}\right)^2}+\sqrt{1+\left(a\sqrt{1+c^2}+c\sqrt{1+a^2}\right)^2}+\sqrt{1+\left(b\sqrt{1+c^2}+c\sqrt{1+b^2}\right)^2} \geq 2(a+b+c)+ab+ac+bc$$

4. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים ו- $a+b+c \neq 0$. הוכיחו כי:

$$\sqrt{8a(b+c)+(b-c)^2}+\sqrt{8b(c+a)+(c-a)^2}+\sqrt{8c(a+b)+(a-b)^2} \geq \frac{12(ab+bc+ca)}{a+b+c}$$

5. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים, $a+b+c=3$, ששום שניים מהם לא שווים לאפס. הוכיחו כי:

$$\sqrt{\frac{a+bc}{b+c}}+\sqrt{\frac{b+ac}{a+c}}+\sqrt{\frac{c+ab}{a+b}} \geq 2+\sqrt{\frac{ab+ac+bc}{3}}$$
.

6. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים ו- $ab+ac+bc+abc=4$.

הוכיחו כי: $\frac{3}{4} \leq \frac{1}{a+\sqrt{bc}+2}+\frac{1}{b+\sqrt{ac}+2}+\frac{1}{c+\sqrt{ab}+2}$.