

23.03.2023

1. ב- ΔABC קהה זווית $\angle BAC$ היא זווית קהה, שגודלה α .
כמו כן β ו- γ הם גדליהן של שתי הזוויות האחרות של המשולש.

$$\text{הוכיחו כי: } \sqrt{\alpha} \sin \alpha > \sqrt{\beta} \sin \beta + \sqrt{\gamma} \sin \gamma$$

2. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$\frac{a}{a^3 + 2b^3 + 6} + \frac{b}{b^3 + 2c^3 + 6} + \frac{c}{c^3 + 2a^3 + 6} \leq \frac{1}{3}$$

3. יהי $a_i \geq \sqrt{2}$. הוכיחו כי:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{9} \geq \frac{\sqrt[3]{a_1 a_2 - 2}}{a_2 + 2a_3} + \frac{\sqrt[3]{a_2 a_3 - 2}}{a_3 + 2a_4} + \dots + \frac{\sqrt[3]{a_n a_1 - 2}}{a_1 + 2a_2}$$

4. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$\sqrt{a^2 + ab + b^2} + \sqrt{b^2 + bc + c^2} + \sqrt{c^2 + ca + a^2} \leq \sqrt{5(a^2 + b^2 + c^2) + 4(ab + ac + bc)}$$

5. יהי a, b ו- c מספרים ממשיים לא שווים ל-0 כולם. הוכיחו כי:

$$\frac{a^2 - bc}{4a^2 + 4b^2 + c^2} + \frac{b^2 - ca}{4b^2 + 4c^2 + a^2} + \frac{c^2 - ab}{4c^2 + 4a^2 + b^2} \geq 0$$

6. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים ו- $ab + ac + bc = 3$. הוכיחו כי:

$$\sqrt{\frac{a+b}{ab+1}} + \sqrt{\frac{b+c}{bc+1}} + \sqrt{\frac{c+a}{ca+1}} \geq \frac{a+b+c+3}{\sqrt{a+b+c+abc}}$$