

ערבוב משתנים

1. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:
$$a^2 + b^2 + c^2 + 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \geq 2(ab + ac + bc)$$
2. יהי a, b, c ו- d מספרים חיוביים עבורם $abcd = 1$. הוכיחו כי:
$$a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + 8 \geq 3(abc + abd + acd + bcd)$$
3. מצאו את ה- k המקסימלי עבורו אי השוויון
$$(a^2 - bc)^2 \geq k(b^2 - ac)(c^2 - ab)$$
 מתקיים עבור כל a, b ו- c חיוביים כאלה ש- $a^2 - bc > 0$.
4. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים עבורם $a + b + c = 1$. מצאו את הערך המקסימלי של הביטוי:
$$a^3b + b^3c + c^3a$$
5. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים עבורם $abc = 1$. הוכיחו כי:
$$\sqrt{1 + 8a^2} + \sqrt{1 + 8b^2} + \sqrt{1 + 8c^2} \leq 3(a + b + c)$$
6. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים ו- $a + b + c = 2$. הוכיחו כי:
$$(a^3 + b^3)(a^3 + c^3)(b^3 + c^3) \leq 2$$