

15.12.2024

1. יהי a, b, c, x, y, z מספרים לא שליליים, $a + b + c \geq x + y + z$,

$$abc \geq xyz \text{ ו- } ab + ac + bc \geq xy + xz + yz$$

הוכיחו כי: $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$

2. יהי a, b, c מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$\sqrt{a^2 + 2bc} + \sqrt{b^2 + 2ac} + \sqrt{c^2 + 2ab} \leq \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + 2\sqrt{ab + ac + bc}$$

3. הוכיחו כי בכל משולש מתקיים:

$$am_a + bm_b + cm_c \geq 2S + \sqrt{a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2}$$

4. יהי a, b, c מספרים לא שליליים ו- $a + b + c + abc = 4$

$$\frac{1}{\sqrt{a+16}} + \frac{1}{\sqrt{b+16}} + \frac{1}{\sqrt{c+16}} \geq \frac{3+4\sqrt{2}}{12}$$

הוכיחו כי:

5. יהי a, b, c מספרים לא שליליים ו- $a + b + c = 1$

$$\sqrt{9-32ab} + \sqrt{9-32ac} + \sqrt{9-32bc} \geq 7$$

הוכיחו כי:

6. יהי a, b, c, d מספרים לא שליליים ו- $a + b \geq 2(c + d)$

$$3(a^4 + b^4 + c^4 + d^4) \geq (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2$$

הוכיחו כי:

7. יהי a, b, c מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$a^2b + a^2c + b^2a + b^2c + c^2a + c^2b \geq (a+b-c)\sqrt{ab(a+c)(b+c)} + (a+c-b)\sqrt{ac(a+b)(c+b)} + (b+c-a)\sqrt{bc(b+a)(c+a)}$$