

SOS (ארבעה משתנים ויותר)

1. יהי $a \geq b \geq c \geq d \geq 0, S_{ad} \geq 0, S_{ad} + S_{bd} \geq 0$ ו- $S_{ad} + S_{bd} + S_{cd} \geq 0$
 הוכיחו כי: $(a-d)^2 S_{ad} + (b-d)^2 S_{bd} + (c-d)^2 S_{cd} \geq 0$.
2. יהי $a \geq b \geq c \geq d \geq 0, S_{ad} \geq 0$ ו- $a^2 S_{ad} + b^2 S_{bd} \geq 0$
 $a^2 S_{ad} + b^2 S_{bd} + c^2 S_{cd} \geq 0$
 הוכיחו כי: $(a-d)^2 S_{ad} + (b-d)^2 S_{bd} + (c-d)^2 S_{cd} \geq 0$.
3. יהי a, b, c ו- d מספרים לא שליליים. נסמן: $a + b + c + d = 4u$
 $abc + abd + acd + bcd = 4w^3, ab + ac + ad + bc + bd + cd = 6v^2$
 ו- $abcd = t^4$. הוכיחו כי: $3w^3 \geq 11uv^2 - 8u^3$.
4. עבור משתנים ממשיים הוכיחו כי: $t^4 \geq 4uw^3 - 3v^4$.
5. עבור משתנים לא שליליים הוכיחו כי: $t^4 \geq 9u^2v^2 - 8u^4$.
6. עבור משתנים לא שליליים הוכיחו כי: $t^4 \leq 16u^4 - 24u^2v^2 + 9uw^3$.
7. יהי a, b, c ו- d מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:
 $2(a^4 + b^4 + c^4 + d^4) + 4abcd \geq a^3(b+c+d) + b^3(a+c+d) + c^3(a+b+d) + d^3(a+b+c)$
8. יהי a, b, c ו- d מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:
 $2(a^5 + b^5 + c^5 + d^5) + abcd(a+b+c+d) \geq a^4(b+c+d) + b^4(a+c+d) + c^4(a+b+d) + d^4(a+b+c)$
9. מצא את רבי האיבר $S_{ab}, S_{ac}, \dots, S_{de}$ (עשרה בסך הכל) עבורם
 $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5 - 5abcde = \sum_{sym} (a-b)^2 S_{ab}$
10. יהי a, b, c ו- d מספרים לא שליליים עבורם $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$
 הוכיחו כי:
 $a + b + c + d \geq a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + ab + bc + cd + da + ac + bd$