

מעגלים משיקים

1. יהי $X_1X_2X_3X_4X_5X_6X_7$ משוּבַע משוכלל שחוסם במעגל ω . נסמן ב- A את החיתוך של X_3X_7 ו- X_5X_6 , ב- B את החיתוך השני עם ω של AX_4 , ב- C את החיתוך השני של ω עם AX_1 , וב- D את החיתוך של CX_7 עם AX_5 . הוכיחו כי המעגל החוסם של BCD משיק למעגל שעובר ב- X_6 ומשיק לישר X_3X_5 ב- X_3 .

2. נתון משולש שווה שוקיים ABC בו $AB = AC$, דרך נקודה D על הצלע BC , מעלים אנך ל- BC , שחותך את AB, AC בנקודות X, Y בהתאמה. הישרים דרך D שמקבילים לצלעות AB, AC פוגשים את AB, AC בנקודות P, Q בהתאמה. הישר PQ פוגש את הישר BC בנקודה E . הראו כי המעגל AXY משיק למעגל שמרכזו E ועובר ב- D .

3. נתונים שני מעגלים α ו- β . הישר ℓ הוא משיק חיצוני משותף של שני המעגלים. הישר ℓ' מקביל ל- ℓ , חותך את α בנקודות A, B , ואת β בנקודות C, D , כך שהנקודות A, B, C, D נמצאות על ℓ' בסדר זה. על ℓ' נבחרה נקודה X כך ש- $XA \cdot XB = XC \cdot XD$. הוכיחו כי קיים מעגל γ שמשיק ל- α, β ול- ℓ' בנקודה X .

4. מרכז המעגל החוסם במשולש ABC מול B יסומן ב- I_B . נסמן ב- D את עקב האנך מ- I_B ל- BC . תהי E נקודה על $I_B D$ כך ש- $AE \parallel BC$. הוכיחו כי המעגל עם קוטר DE משיק למעגל החוסם של ABC .

5. האנך האמצעי של הצלע BC במשולש ABC נחתך עם AB, AC בנקודות X, Y בהתאמה. מרכז המעגל החוסם של AXY יסומן O_A . באופן דומה נגדיר את O_B, O_C . הוכיחו כי המעגל החוסם של $O_A O_B O_C$ משיק למעגל החוסם של ABC .

6. במשולש ABC , חוצה הזווית של $\angle BAC$ נחתך עם הצלע BC והמעגל החוסם בנקודות D ו- E בהתאמה. תהי P נקודה על הקטע AD . הוכיחו כי המעגל PBC משיק למעגל החוסם שנוצר משלושת הישרים הבאים: המשיק ב- A למעגל ABC , המשיק ב- P למעגל PBC , והישר BC .

7. משולש ABC חסום במעגל Ω וחוסם מעגל שמרכזו I . נתון ישר ℓ שנחתך עם AI, BI, CI בנקודות D, E, F בהתאמה. הוכיחו כי המעגל החוסם של המשולש שנוצר מהאנכים האמצעים של AD, BE, CF , משיק ל- Ω .

8. במשולש ABC , המעגל החסום מבחוץ הנמצא מול A יסומן ω . נקודות ההשקה של ω עם BC, AC, AB יסומנו D, E, F בהתאמה. מעגל AEF נחתך עם BC בנקודות P, Q . תהי M אמצע AD . הוכיחו כי המעגל MPQ משיק ל- ω .

9. נתונים שני מעגלים α ו- β . הישר ℓ הוא משיק חיצוני משותף של שני המעגלים. הישר ℓ' מקביל ל- ℓ , חותך את α בנקודות A, B , ואת β בנקודות C, D , כך שהנקודות A, B, C, D נמצאות על ℓ' בסדר זה. על ℓ' נבחרה נקודה X כך ש- $XA \cdot XC = XB \cdot XD$. הוכיחו כי קיים מעגל γ שמשיק ל- α, β ול- ℓ' בנקודה X .