

סוכמים ספרות!

סכום הספרות של מספר טבעי n יסומן ב- $s(n)$

טענות מוכרות ושימושיות:

$$s(n) \equiv n \pmod{9}, s(n+m) \leq s(n) + s(m), \\ s(n) \leq 9(|\log(n)| + 1), s(nm) \leq s(n)s(m).$$

1. הוכיחו את התכונות.

2. יהי n כך ש- $s(5n) = 50, s(n) = 100$. הוכיחו כי n זוגי.

3. במספר N לכל שתי ספרות מתקיים שהספרה השמאלית יותר בהכרח קטנה יותר. חשבו את סכום הספרות של $9N$.

4. חשבו את המקסימום של $\frac{s(n)}{s(16n)}$.

5. מצאו את ה- n המקסימלי עבורו קיים m שלם כך ש- $s(m+i) \mid i$, לכל $1 \leq i \leq n$.

6. חשבו את $s(s(s(4444^{4444})))$.

7. חשבו את $s((10^{2^0} - 1) \cdot (10^{2^1} - 1) \cdot \dots \cdot (10^{2^n} - 1))$.

8. הוכיחו כי לכל מספר טבעי n קיים טבעי m כך ש- $s(mn) = n$.

9. א. הוכיחו שקיימים אינסוף n -ים כך שמתקיים $s(3^n) \geq s(3^{n+1})$.

ב. הוכיחו שקיימים אינסוף n -ים כך שמתקיים $s(2^n) \geq s(2^{n+1})$.