



ריונג' אולימפי!

אין להשתמש במחשבון

1. מצאו את כל הראשוניים p כך שלכל ראשוני $p > q$ ולכל $x \in \mathbb{Z}$ מתקיים $p \nmid x^2 - q$.
2. יהא $n \geq 2$ שלם. לכל טבעי ולכל סדרת שלמים $0 < k_1 < k_2 < \dots < k_m$ עבורה $k_1 + \dots + k_m = n$ מיכאל רושם על הלוח את המספר $\frac{1}{k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_m}$. הוכיחו כי סכום כל המספרים על הלוח קטן מ-1.
3. באיילה-לה-לנד הרחוקה ישנן 5784 ערים. איילה בוחרת בין כל שתי ערים אם לסלול כביש או להזרים נהר ביניהן, ובנוסף לכך בכל עיר איילה מניחה דג המגן על העיר. לאחר מכן ברווז יוצא למסע מעיר לבחירתו. בתחילת המסע, ברווז בוחר אם לצאת למסע בסירה או במכונית. סירה מסוגלת להפליג בנהרות אבל לא על כבישים, ומכונית מסוגלת לנסוע על כבישים אבל לא בנהרות. כשברווז נכנס לעיר הוא לוקח את הדג המגן עליה (הוא לא מסוגל לעצור את עצמו), העיר קורסת והוא לא יכול לחזור אליה שוב. מה המספר המקסימלי של דגים שברווז יכול להבטיח לעצמו, ללא תלות בבניית הדרכים?
- הערות: גם מהעיר שממנה הוא מתחיל את מסעו, ברווז לוקח דג וגורם לקריסת העיר. כל הנהרות והכבישים דו סטריים.
4. יהא ABC משולש חד זוויות. תהי נקודה D בתוך הצלע BC . נסמן את עקב האנך מ- D ל- AC ב- E , ונבחר F על הישר AB כך ש- $FE \perp AB$. נתון שהישרים AD, BE, CF נפגשים בנקודה. M_A, M_B, M_C הם אמצעי הצלעות של BC, AC, AB בהתאמה, ו- O היא מרכז המעגל החוסם של ABC . בנוסף נגדיר $P = EF \cap M_A M_B, S = DE \cap M_A M_C$. הוכיחו כי O, P, S על ישר.

לרשותכם 4.5 שעות

כל שאלה שווה 10 נקודות

בתיאבון!