

תלמי

1. במרובע אורכי הצלעות a, b, c, d בסדר זה, אורכי האלכסונים e, f , סכום של שתי הזוויות בקודקודים הנגדיים φ . הוכיחו את הנוסחה:

$$e^2 f^2 = a^2 c^2 + b^2 d^2 - 2abcd \cdot \cos \varphi$$

2. הראו כי בכל משושה ABCDEF מתקיים אי-שוויון (ומתי זה הופך לשוויון?)
 $AD \cdot BE \cdot CF \leq AB \cdot CD \cdot EF + BC \cdot DE \cdot FA +$
 $+ BC \cdot AD \cdot EF + CD \cdot BE \cdot FA + AB \cdot CF \cdot DE$

3. בהינתן אורכי הצלעות של מרובע חסום, כיצד לחשב את אורכי אלכסוניו?

4. מצאו את היחס בין אלכסון לצלע במחומש משוכלל.

5. במצולע משוכלל ABCDEFG אורך הצלע $a = AB$, אורך האלכסון הקצר $b = AC$, אורך האלכסון הארוך $c = AD$. הוכיחו כי $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

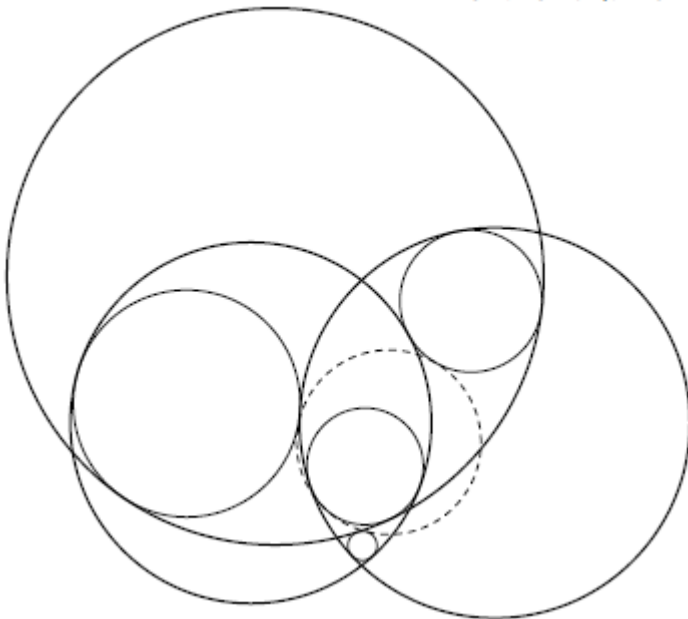
6. הראו שאם ABC משולש משוכלל אז לכל נקודה P מתקיים אי-שוויון (ומתי זה הופך לשוויון?)
 $PA + PB \geq PC$.

7. הראו שאם ABCDE מחומש משוכלל אז לכל נקודה P מתקיים אי-שוויון (ומתי זה הופך לשוויון?)
 $PA + PC + PE \geq PB + PD$.

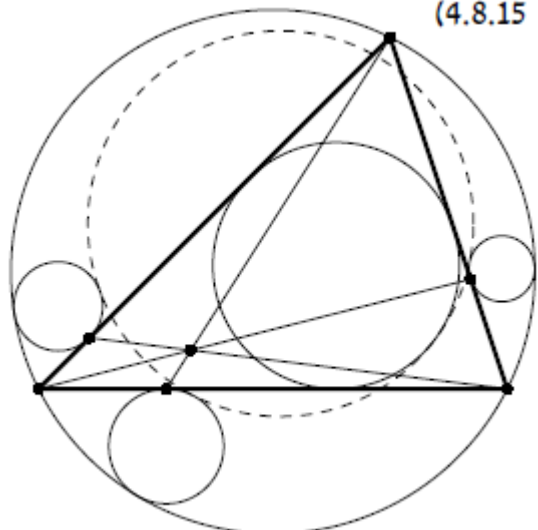
8. הראו שאם ABCDEFG מצולע משוכלל אז לכל נקודה P מתקיים אי-שוויון (ומתי זה הופך לשוויון?)
 $PA + PC + PE + PG \geq PB + PD + PF$.

9. במדינה יש 4 ערים שממוקמות בקודקודים של ריבוע (ונמצאות על ארץ שטוחה המונחת על גבי 4 פילים העומדים על גבי צב). רוצים לחבר את הערים באמצעות רשת כבישים מהירים דו-צדדיים, שתאפשר להגיע מכל עיר לכל עיר. מה היחס בין האורך המינימלי האפשרי הכולל של הכבישים לבין צלע הריבוע?

(6.8.30) משפט הארט



(4.8.15)



בתאבון!