

לינאריות הדרגה

1. על הצלע AC של משולש ABC נבחרה נקודה E ועל הצלע AB נבחרה נקודה F כך ש- $BF = CE$. הוכיחו כי הציר הרדיקלי של המעגלים ABE ו- ACF חוצה את $\angle A$.
2. BE ו- CF הם חוצי הזוויות במשולש ABC . הוכיחו כי $OI_A \perp EF$.
3. מרובע $ABCD$ חסום במעגל. המשכי הצלעות AB, CD נחתכים ב- E והמשכי הצלעות AD, BC נחתכים ב- F . נסמן ב- M את אמצע EF . הוכיחו כי אורך המשיך מ- M למעגל החוסם של $ABCD$ שווה ל- ME .
4. נקודה D זזה על הצלע BC של משולש ABC . המעגל ABD נחתך שנית עם AC בנקודה E והמעגל ACD נחתך שנית עם AB בנקודה F . הוכיחו כי המעגל AEF עובר בנקודה קבועה שנמצאת על תיכון של ABC .
5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O . האנכים האמצעים של AO, BO, CO נחתכים עם BC, AC, AB בנקודות D, E, F בהתאמה. הוכיחו כי D, E, F נמצאות על ישר אחד.
6. משולש ABC חוסם מעגל שמרכזו I ומשיק לצלעות BC, AC, AB בנקודות D, E, F בהתאמה. נסמן ב- H את עקב האנך מ- A ל- BC . הישרים BI, CI נחתכים עם AH בנקודות P, Q בהתאמה. הוכיחו כי הציר הרדיקלי של המעגלים BPF, CQE חוצה את AH .
7. BE, CF הם חוצי הזוויות במשולש ABC . המעגל AEF נחתך שנית עם המעגל ABC בנקודה S . המעגל החצי חסום של A משיק למעגל ABC בנקודה T . הוכיחו כי S נמצאת על הציר הרדיקלי של המעגלים BET, CFT .
8. יהי משולש ABC ומעגל Ω שמרכזו A . Ω נחתך עם הצלעות AB, AC והמעגל החוסם של ABC בנקודות F, E ו- X, Y בהתאמה. תהי D נקודה על BC כך ש- AD, BE, CF נפגשים בנקודה. נסמן את נקודת החיתוך של XE עם YF ב- P ואת נקודת החיתוך של XF עם YE ב- Q . הוכיחו כי עקב האנך מ- D ל- EF נמצא על PQ .
9. AD, BE, CF הם גבהים במשולש ABC שחסום במעגל Ω . AD נחתך שנית עם Ω בנקודה X . XE נחתך שנית עם Ω בנקודה P . הוכיחו כי הישר העובר ב- C ומאונך ל- EF עובר גם במרכז המעגל החוסם של BFP .
10. יהי משולש ABC עם מרכז מעגל חוסם O ומרכז מעגל חוסם I . על הצלעות BC, AC, AB נבחרו נקודות D, E, F בהתאמה כך ש- $BD + BF = AC$ ו- $CD + CE = AB$. המעגלים BDF ו- CDE נחתכים בנקודה P . הראו כי $OP = OI$.
11. המעגל החסום במשולש ABC משיק לצלעות בנקודות D, E, F . מרכז המעגל החסום יסומן I . תהי R נקודה על המעגל החסום כך ש- DR מאונך ל- EF . הישר AR חותך את המעגל החסום שנית בנקודה P . המעגלים החוסמים של BPF, CPE נחתכים שנית בנקודה Q . נסמן את החיתוך של DI עם חוצה הזווית החיצוני של $\angle BAC$ ב- L . הוכיחו כי P, Q, L נמצאות על ישר אחד.