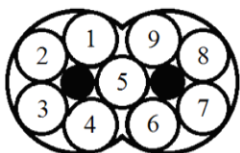
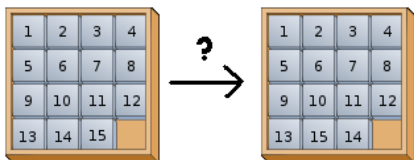


תמורות



1. משחק שבציור מורכב מ-9 דיסקים ממוספרים, כאשר ניתן להזיז דיסקים בשני המעגלים. האם ניתן להחליף בין 1 ל-2?

2. משחק ה-15 הוא לוח 4×4 עם 15 אבנים ריבועיות עליו בגודל 1×1 . בכל צעד ניתן להחליק על גבי הלוח את אחת האבנים הסמוכות לאבן החסרה אל האבן החסרה.



האם ניתן להגיע מהמצב שבו כל האבנים במקומן פרט ל 14 ו 15 למצב שבו כל האבנים במקומן?

3. עדו משחק במשחק מחשב. במשחק יש שורה של 200 כדורים

צבעוניים ב-100 צבעים: שני כדורים מכל צבע. בתחילת המשחק, כל שני כדורים מאותו צבע נמצאים במרחק 100 זה מזה (כלומר ביניהם בשורה יש 99 כדורים אחרים בדיוק). בכל מהלך, עדו בוחר זוג כדורים סמוכים והמחשב משנה את הסדר שלהם. אם בשלב מסוים של המשחקי שני כדורים מאותו צבע נצמדים, המחשב מעלים אותם. המשחק מסתיים כאשר כל הכדורים נעלמים. האם עדו יכול לסיים את המשחק תוך 5773 מהלכים בדיוק?

4. מה התנאי לכן, שמכפלה של $n-1$ החלפות על מספרים $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ תיתן מעגל באורך n ?

5. נתונה טבלה $n \times n$ שבכל משבצת שלה רשום מספר. ניתן "לסובב" כל שורה: להעביר את כל המספרים משבצת אחת ימינה, ואת המספר בקצה הימני להעביר לקצה השמאלי. באופן דומה ניתן "לסובב" כל עמודה. תחת אילו תנאים (על n ועל המספרים בטבלה) ניתן באמצעות סדרת מהלכים להגיע למצב בו הטבלה החדשה תהיה סימטרית לטבלה המקורית ביחס לאלכסון?

6. מלך האלפים מניח כרטיסים שממוספרים מ-1 עד 100 בשורה בסדר אקראי עם הפנים למטה. הוא הודיע ל-13 הגמדים, שמחר הוא יאמר לכל גמד בתורו מספר; הגמד יכנס לאולם ויחפש את הכרטיס המתאים, כאשר מותר לו לבדוק לכל היותר חצי מהכרטיסים. אם הוא יצליח, המלך ישחרר אותו מהכלא. באולם בו נמצאים הכרטיסים יש שמירה במהלך כל הלילה, אבל בילבו בגינס יכול להתגנב, להסתכל על כל הכרטיסים, ולהחליף שניים מהם. לבילבו יש הזדמנות לדבר עם הגמדים לפני שהוא מתגנב לאולם, אך לא אחרי. האם יצליחו כל הגמדים להשתחרר?

7. 100 גמדים עומדים בשורה. על לכל אחד מלבישים כובע לבן או שחור. כל אחד רואה רק את הכובעים של אלה שלפניו. לאחר מכן, כל אחד לפי הסדר כאשר האחורי ראשון והקדמי אחרון, מנסה לנחש את הצבע הכובע שלו. תארו אסטרטגיה, שתאפשר לכמות מרבית של גמדים לנחש נכון. (מותר להם לתאם אסטרטגיה מראש.)

8.* 1000 חכמים מסתדרים בשורה. יש כובעים הממוספרים מ-1 עד 1001. כובע אחד מוחבא, ואת האחרים מלבישים על החכמים בסדר אקראי. כל חכם רואה רק את הכובעים של אלה שלפניו. לאחר מכן, כל חכם לפי הסדר כאשר האחורי ראשון והקדמי אחרון, אומר בקול רם מספר שלם. כל מספר שאומרים צריך להיות בין 1 ל-1001, אבל אסור להגיד מספר שכבר נאמר. תוצאת המבחן היא כמות החכמים שאמרו את מספר הכובע שלהם. החכמים יודעם מראש את תנאי המבחן ויכולים לסכם איך לפעול.

א. האם הם יכולים להבטיח תוצאה גדולה ממש מ-500?

ב. האם הם יכולים להבטיח תוצאה של לפחות 999?

בתאבון!