

יותר מזל משכל

$$,1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \frac{1}{216} + \dots = \frac{6}{5} \quad \text{ב.} \quad ,1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2 \quad \text{א.} \quad \square$$

$$\cdot \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{5}{16} + \frac{8}{32} + \frac{13}{64} + \dots = ? \quad \text{ג.}$$

$$\cdot \frac{729}{1729} + \frac{729 \cdot 728}{1729 \cdot 1728} + \frac{729 \cdot 728 \cdot 727}{1729 \cdot 1728 \cdot 1727} + \dots = ? \quad \square$$

$$\cdot \sum_{k=0}^n \binom{n+k}{n} / 2^k = ? \quad \square$$

$$\cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+2} \cdot \frac{1}{4^n} \cdot \binom{2n+1}{n+1} = ? \quad \text{ב.} \quad , \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{4^n} \cdot \binom{2n}{n} = ? \quad \text{א.} \quad \square$$

$$\cdot \int_0^1 x^k (1-x)^m dx = \frac{k! \cdot m!}{(k+m+1)!} \quad \square$$

$$\cdot N \int_0^1 \int_0^1 (1-xy)^{N-1} dx dy = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{N} \quad \square$$

עוד יותר מזל משכל

■ נתון: $a_n = a_0, 0 \leq a_1, a_2, \dots, a_n \leq 1$. עבור אילו ערכי n בהכרח מתקיים

$$\sum_{i=1}^n a_i a_{i-1} + \sum_{i=1}^n (1-a_i)(1-a_{i-1}) \geq 1 \quad ?$$

■ נתון: $0 \leq a, b, c$ וגם $a + b + c = 1$. מהו הערך המינימלי האפשרי עבור

$$a^2 + b^2 + c^2 - \frac{4}{3}(a^3 + b^3 + c^3) + \frac{1}{2}(a^4 + b^4 + c^4)$$

■ נתון: m, n טבעיים, $0 \leq a, b$ וגם $a + b = 1$. הראו כי

$$(1-a^n)^m + (1-b^n)^n \geq 1$$

■ נתון: q ראשוני, $k \leq q+1$, כאשר k טבעי, $a_1, a_2, \dots, a_k \geq 0$ ממשיים,

$$\sum_{i=1}^k (1-a_i^q)^q \geq k-1 \quad \text{אזי} \quad a_1 + a_2 + \dots + a_k = 1$$

■ הראו כי לכל n טבעי מתקיים אי-השוויון

$$(1+\sqrt{2})^{2n} \geq \sum_{k=0}^n \frac{(n+k)!}{(n-k)! \cdot k! \cdot k!}$$

■ הראו כי לכל n טבעי ולכל $d < \frac{n}{2}$ טבעי מתקיים אי-שוויון:

$$\binom{2n}{n} + 2 \cdot \binom{2n}{n+2d} \geq 2 \cdot \binom{2n}{n+d}$$