

תרגיל ספרות

1. מצאו את הספרות החסרות של המספר $123456***$ בהינתן שהוא מתחלק ב-7, ב-11 וב-13.
2. נסמן ב- $\sigma(n)$ את סכום הספרות של n ברישום עשרוני. מצאו את כל המספרים הדו-ספרתיים עבורם $\sigma(n^2) = (\sigma(n))^2$.
3. מצאו את הספרות החסרות: $n^2 = 123456****$.
4. באיזו חזקת 2 מרבית מתחלק המספר $10^{20} - 2^{20}$?
5. נתונות m משקולות, בעלות משקלים 1, 2, 3, ..., m . עבור איזה m קטן ביותר ניתן לחלק את המשקולות ל-100 קבוצות, שבכל הקבוצות סכום המשקולות זהה?
6. מספרים טבעיים שונים A ו-B רשומים באמצעות אותן ספרות אבל בסדר שונה, כך ש- $A + B = 10^{10}$. מצאו את כל האפשרויות עבור הספרה הימנית ביותר של A.
7. בסדרה אינסופית של מספרים טבעיים, כל איבר (חוץ מהראשון) מתקבל כאשר מוסיפים לקודם את אחת הספרות שלו ששונה מ-0. הוכיחו שבסדרה יופיע מספר זוגי.
8. עבור איזה n שלם חיובי קטן ביותר $1 + 2 + 3 + \dots + n$ מתחלק ב-1000?
9. מצאו את המספר השלם החיובי N הקטן ביותר שכל הספרות שלו ברישום עשרוני הן 1, והוא מתחלק ב-999999999.
10. הראו שקיים מספר 100-ספרתי, שכל ספרה בו היא 1 או 2, והוא מתחלק ב- 2^{100} .
11. הראו שקיים מספר 100-ספרתי, שכל ספרה בו היא 0, 1, 8 או 9, והוא מתחלק ב- $3^{60} + 1$.
12. מצאו את כל הפולינומים במקדמים שלמים P שעבורם $P(n) \geq 0$ לכל n חיובי. וגם עבור כל $n \geq 2022$ מתקיים $\sigma(P(n)) = P(\sigma(n))$.

בתאבון!