

היפרבולות ישרות

1. נתונה מקבילית $ABCD$ ונקודה P בתוך המקבילית כך ש- $\angle PAD = \angle DCP$ הוכיחו כי $\angle CBP = \angle PDC$.
2. במרובע $ABCD$ נסמן ב- X, Y, Z את מפגשי הגבהים במשולשים ABD, ACD, BCD בהתאמה. נתון ש- AX, BY, CZ נפגשים בנקודה, הוכיחו כי $ABCD$ חסום במעגל.
3. נתון משולש ABC ונקודה X במישור כך שמתקיים $\angle XBA = \angle ACX = \angle BAC$
הוכיחו כי X נמצאת על ישר אוילר של ABC .
4. תהי D נקודה על האנך האמצעי של צלע BC במשולש ABC . H הוא מפגש הגבהים במשולש. BD נחתך עם AC ב- E ו- CD נחתך עם AB ב- F . הישרים EF ו- BC נפגשים ב- P . נסמן ב- X את משפגש הגבהים של BCD . הוכיחו כי HX מאונך ל- AP .
5. AD, BE, CF הם גבהים במשולש ABC . תהי K נקודה על הישר EF . הישר AK נחתך עם האנך מ- B ל- CK בנקודה P ועם האנך מ- C ל- BK בנקודה Q .
א. הוכיחו כי PE, QF, AD נפגשים בנקודה אחת.
ב. הוכיחו כי נקודת המפגש מסעיף א' מתלכדת עם אמצע AH כאשר H הוא מפגש הגבהים ב- ABC .
6. המעגל החסום במשולש ABC משיק לצלעות AB, AC בנקודות F, E בהתאמה, מרכז המעגל החסום יסומן ב- I ואמצע הצלע BC תסומן M . נסמן ב- X, Y את הנקודות הנגדיות ל- F, E על המעגל החסום. הישרים XY, BC נחתכים בנקודה P . הוכיחו כי $\angle PIM = 90^\circ$.

7. נסמן ב- H את מפגש הגבהים במשולש ABC וב- I את מרכז המעגל החסום במשולש. M זה אמצע הצלע BC . הוכיחו כי $\angle HIM = 90^\circ$ אם ורק אם $AB + AC = 2BC$.

8. המעגל החסום במשולש ABC משיק לצלעות BC, AC, AB ב- D, E, F בהתאמה. K היא עקב האנך מ- D ל- EF ו- M הוא אמצע DK . H היא מפגש הגבהים ב- BIC . הוכיחו כי MH חוצה את EF .

9. O היא מרכז המעגל החוסם של ABC . תהי P נקודה על AO ו- H_B, H_C הם מפגשי הגבהים ב- APB, APC בהתאמה. הוכיחו כי $H_B H_C$ חותך את הצלע BC בעקב האנך מ- A ל- BC .

10. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O . הישר BO נחתך עם הגובה מ- C ל- AB בנקודה X , הישר CO נחתך עם הגובה מ- B ל- AC בנקודה Y . נסמן ב- L את נקודת המואן של ABC . הוכיחו כי LO חוצה את XY .

11. המעגל החסום במשולש ABC משיק לצלעות בנקודות D, E, F . עקבי האנכים מ- B, C ל- AD יסומנו U, V בהתאמה, עקבי האנכים מ- A, C ל- BE יסומנו P, Q בהתאמה, עקבי האנכים מ- A, B ל- CF יסומנו X, Y בהתאמה.

הוכיחו כי המעגל החוסם של המשולש שנוצר מהישרים PU, XV, QY משיק למעגל החסום ב- ABC .