

טריגונו?

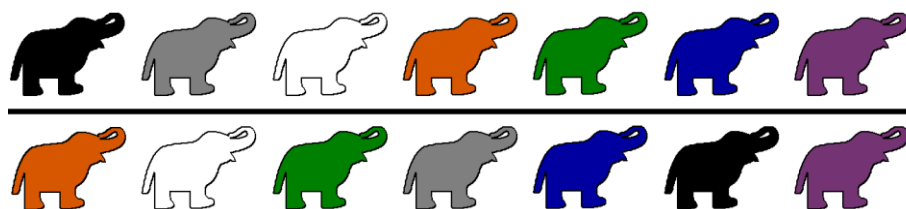
1. בחפיסה 31 קלפים. תומר מערבב את החפיסה באמצעות שני סוגים של מהלכים:

(א) מוריד מלמעלה תת-חפיסה של 15 קלפים עליונים ומכניס אותם לתוך חפיסה של 16 קלפים האחרים בלי לשנו את הסדר, כך שבין כל שני קלפים מבין 16 הקלפים האחרים נכנס אחד מ-15 הקלפים העליונים.

(ב) מוריד מלמעלה כמות כלשהי של קלפים ומכניס אותם מתחת לקלפים האחרים ביל לשניות את הסדר.

מצאו את כמות המצבים, אליהם תומר יכול להעביר את חפיסה. הוכיחו, כי תומר תמיד יוכל להחזיר את החפיסה למצב המקורי באמצעות אותן סוג של מהלכי ערבוב, והוא יזדקק לפחות מ-7 מהלכים.

2. אריאל משחק בפילי צעצוע צבעוניים. יש לו n פילים שמסודרים בסדר ספציפי (ראשון, שני, שלישי, ... , אחרון). כל יום הוא מסדר אותם מחדש לפי העיקרון הבא: קודם הראשון, אחריו אחרון, אחרי זה השני, אחר כך השני מהסוף, אחרי זה השלישי, אחר כך השלישי מהסוף, וכך הלאה. הציור ממחיש את התהליך עבור $n = 7$.



כמה ימים יעברו עד שהפילים יחזרו לסדר המקורי שלהם?

3. הראו כי א. $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ ב. $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2}$

ג. $\tan^2 9^\circ = \sqrt{201 + 88 \cdot \sqrt{5}} - \sqrt{200 + 88 \cdot \sqrt{5}}$

4. הראו כי א. $\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = -\frac{1}{2}$ ב. $\sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{2\pi}{7} - \sin \frac{3\pi}{7} = \frac{\sqrt{7}}{2}$

ג. $\frac{1}{\sin \frac{\pi}{7}} + \frac{1}{\sin \frac{2\pi}{7}} = \frac{1}{\sin \frac{3\pi}{7}}$ ד. $\sin \frac{\pi}{7} \sin \frac{2\pi}{7} \sin \frac{3\pi}{7} = ?$

5. הראו כי א. $\sin 10^\circ + \sin 50^\circ = \sin 70^\circ$ ב. $\cos 10^\circ = \cos 50^\circ + \cos 70^\circ$

ג. $\sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = ?$

6. הראו כי $\cos \frac{8\pi}{17} + \cos \frac{4\pi}{17} + \cos \frac{2\pi}{17} - \cos \frac{\pi}{17} = \frac{\sqrt{17}-1}{4}$

7. פתרו את א. $\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 - x}}} = x$ ב. $\sqrt{7 + 2\sqrt{7 - 2\sqrt{7 - 2x}}} = x$

8. פתרו את א. $\sqrt{8 - \sqrt{8 + \sqrt{8 - x}}} = x$ ב. $\sqrt{11 - 2\sqrt{11 + 2\sqrt{11 - 2x}}} = x$

בתיאבון!

9. פתרו את $\sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 - x}}} = x$