

הסבר – נוסחת אוילר, משפט חמשת הצבעים, משפט קרטובסקי
ללא הוכחה.

דוגמה

נתונות $2N$ נקודות במעגל. נחבר כל שתי נקודות סמוכות, וכל שתי
נקודות נגדיות בקשת. האם הגרף מישורי? (בהתאם ל- N).

1.

לכל פאון משוכלל למעט ארבעון נבנה גרף באופן הבא: לכל זוג
קודקודים נגדיים נתאים צומת בגרף, ולכל מקצוע בפאון נוסף
קשת בין הצמתים המתאימים לקודקודי המקצוע. (לא נוסף
קשתות כפולות). האם הגרף מישורי?

2.

נתון ריבוע שקודקודיו $(0,0)$, $(0,N)$, (M,N) , $(M,0)$. לכל נקודה
שלמה בריבוע או בשפתו נתאים צומת בגרף, ונוסיף קשת בין
צמתים המותאמים לנקודות שמרחקן 1. בנוסף, נחבר בין
צמתים שמתאימים לנקודות $(0,k)$, (M,k) וגם בין צמתים
המתאימים לנקודות $(l,0)$, (l,N) לכל k ו- l טבעיים. האם הגרף
מישורי?

3. גרף במישור הוא שיכון של גרף מישורי. לכל גרף במישור ניתן
להגדיר את הגרף הדואלי שלו, שצמתיו הם הפאות של הגרף
במישור, ולכל קשת בגרף במישור, נוסף בגרף הדואלי קשת
בין הצמתים המתאימים לפאות שצמודות אליה. (הגרף הדואלי
לא בהכרח פשוט). הוכיחו כי גרף במישור הוא דו-צדדי אם ורק
אם הגרף הדואלי שלו הוא אוילרי. (גרף הוא אוילרי אם קיים
מעגל העובר על כל קשת בדיוק פעם אחת, לאו דווקא על כל
צומת פעם אחת).