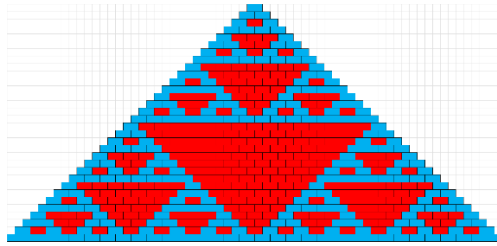
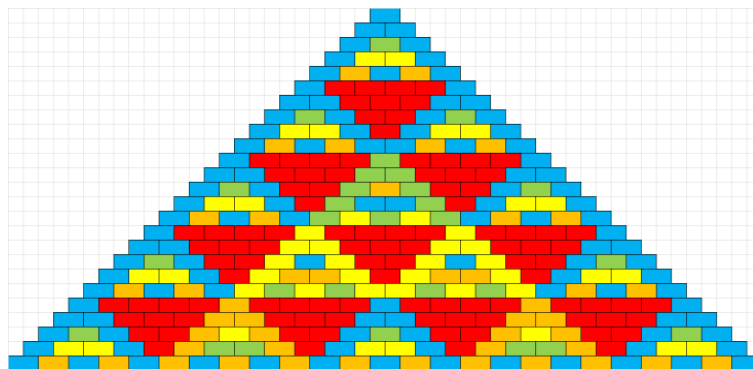


משולש פסקל



משולש פסקל מוגדר ככה שבמשבצת העליונה רשום 1, ובכל משבצת אחרת רשום סכום המשבצות מעליה. משולש פסקל מודולו מספר הוא בדיוק אותו דבר רק שהסכום נעשה מודולו המספר, לדוגמא משולש פסקל מודולו 5 נראה:



תרגיל: במשולש פסקל מודולו p ראשוני, בשורה ה- p , הכל אפסים חוץ מהקצוות.

כמסקנה, אנחנו יכולים להסיק ממשולש פסקל עד השורה ה- p את משולש פסקל עד השורה ה- $2p$, נוצרים שני משולשים נפרדים זהים למשולש המקורי, ורק בשורה ה- $2p$ הם נפגשים.

תרגיל: הבינו מה קורה גם בשורה ה- $2p$, והלאה, מה קורה בשורה ה- p^2 ואחרי?

תרגיל: עבור איזה n מתקיים שעבור כל $0 < m < n$:

$$\begin{aligned} & p \mid \binom{n}{m} \quad (\text{א}) \\ & p \nmid \binom{n}{m} \quad (\text{ב}) \end{aligned}$$

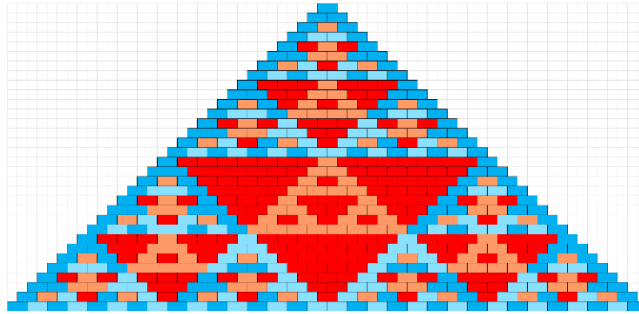
את התיאור הציורי שקיבלנו למשולש פסקל אפשר לתת ניסוח אלגברי:

משפט קומר:

$$\binom{n}{m} \equiv \prod_i \binom{n_i}{m_i} \pmod{p}$$

כאשר n_i, m_i הם הספרות של n, m בבסיס p .

מודולו p^2 הסיפור קשה יותר:



תרגיל: בהו במשולש פסקל מוד 4, והבינו את ה"מחזוריות" שלו.

באופן כללי בעזרת הטענה ש- $\binom{p^2}{k}$ מתחלק ב- p^2 כל עוד k זר ל- p , נוכל לעשות טיעונים דומים (אם כי יותר מסובכים) ולקבל סוג של מחזוריות.

חידות:

1. רושמים 3^k שורות ראשונות של משולש פסקל מודולו 3, כמה פעמים שם 1, וכמה פעמים מופיע 2.
2. כמה מספרים אי-זוגיים יש ב- m שורות הראשונות של משולש פסקל?
3. ב- 2^k שורות הראשונות של משולש פסקל מוד 4, כמה פעמים מופיע 1, וכמה פעמים מופיע 3?
4. בעזרת השיטות שלנו הראו ש:

$$\binom{pn}{pk} \equiv \binom{n}{k} (p^2)$$

(המקרה מוד p נובע מקומר).