

## תרגיל מספרים לרותם

1. נתון כי  $n, m, \frac{n^2+1}{2m}, \sqrt{2^{n+1}+m+4}$  הם מספרים שלמים. מצאו את כל הזוגות  $m, n$ .

2. מצאו את כל הרשימות של המספרים הטבעיים  $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$  כך שמתקיים

$$n_2 | 2^{n_1} - 1, n_3 | 2^{n_2} - 1, \dots, n_k | 2^{n_{k-1}} - 1, n_1 | 2^{n_k} - 1$$

3. נתון מספר טבעי שהוא חזקה  $n$ -ית מודולו כל מספר טבעי. הוכיחו שהוא חזקה  $n$ -ית.

4. מצאו את כל המספרים הטבעיים  $n$  עבורם  $n! - 1$  מתחלק ב- $2n + 3$ .

5. מספר שלם יקרא "מוצלח" אם הערך המוחלט שלו הוא לא ריבוע שלם. מצאו את כל המספרים שניתן להציג אותם בצורה  $a + b + c$  באינסוף דרכים שונות, כך ש- $a, b, c$  מוצלחים, מכפלתם  $a \cdot b \cdot c$  זה ריבוע שלם אי-זוגי, ובנוסף אין מחלק משותף של  $a, b, c$  שהוא גדול מ-1.

6. מצאו את כל השלשות של מספרים שלמים  $x, y, z$  שמקיימים

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3 = x + y + z$$

7. מצאו את כל זוגות הטבעיים  $(x, y)$  עבורם  $(x + y)(1 + xy)$  הוא חזקת 2.

8. הראו שכל מספר רציונאלי חיובי ניתן להציג בתור  $\frac{a^3 + b^3}{c^3 + d^3}$  כאשר  $a, b, c, d$  מספרים שלמים.

9. לפתור בשלמים:  $(a + b + c + 2)^2 = (a + 2)(b + 2)(c + 2)$ .

**בתאבון!**