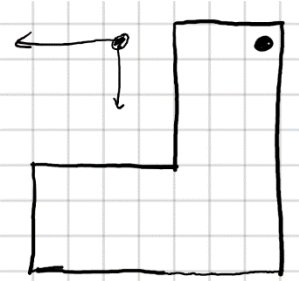


# משחקים

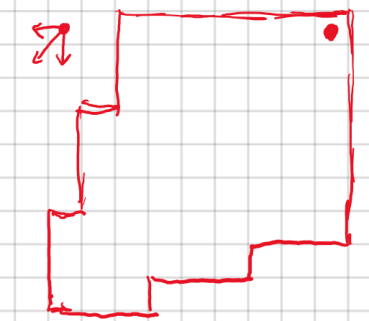
בכל המשחקים שנדבר עליהם, אם לא נאמר אחרת: מפסיד מי שאין לו מהלך, בכל מהלך התוצאה ידועה מראש (לעומת שש בש), כל מצב המשחק ידוע (לעומת צוללות) ולשני השחקנים יש אותה קבוצת מהלכים (לעומת שחמט או גו בהם יש כלים לבנים ושחורים).

חלק 0: דוגמאות ואסטרטגיות בסיסיות:

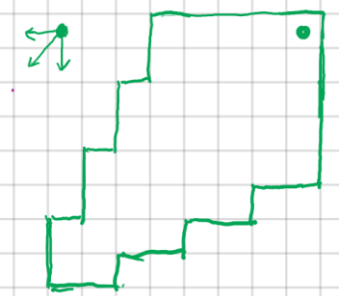
- א. נתונה ערימה של אבנים, ובכל מהלך מותר לקחת ממנה 1, 2, 3, או 4 אבנים. לאילו גדלים של הערימה הראשון מנצח?
- ב. אותה שאלה, אבל בכל מהלך מותר לקחת כל כמות של אבנים שניתן להציג אותה כ- $p^k$ , כאשר  $p$  ראשוני ו- $k$  שלם אי-שלילי.
- 1) נתונות 3 ערימות אבנים, בגדלים 2,3,4. בכל מהלך מותר לבחור ערימה ולהוריד ממנה כל כמות של אבנים.
- 2) נתון פס משבצות, שמתחיל במשבצת שמספרה 0, והולך ימינה. במשבצות שמספרם 2, 5, 7 נמצאים מטבעות. בכל מהלך מותר לבחור מטבע ולהזיז אותו שמאלה כל כמות של משבצות. אסור לשים כמה מטבעות באותה משבצת, ואסור לדלג על מטבעות.



- 1) נתון לוח משבצות בצורה שבציור (ריבוע 7 על 7 בלי ריבוע 4 על 4 שמאלי עליון). בפינה ימנית עליונה מונחת אבן. בכל מהלך מותר להזיז את האבן שמאלה או למטה על הלוח, כל כמות של משבצות.



- 2) נתון לוח משבצות שבצורה שבציור. בפינה ימנית עליונה מונחת אבן. בכל מהלך מותר להזיז את האבן למשבצת סמוכה שמאלה, למטה או באלכסון.



- 3) נתון לוח משבצות שבצורה שבציור. בפינה ימנית עליונה מונחת אבן. בכל מהלך מותר להזיז את האבן למשבצת סמוכה שמאלה, למטה או באלכסון. (כלומר אותה שאלה אבל הלוח אחר)

- 4) נקרא למשחק סופי, אם הוא חייב להיגמר תוך כמות סופית של מהלכים. אבי ובני משחקים במשחק הבא: בתור הראשון בני בוחר משחק סופי, ואז אבי משחק בו עם בני. האם המשחק הזה הוא סופי או לא?

# משחקים

חלק 1: עוד אסטרטגיות ומצבים מפסידים

5) נתונות 4 ערימות אבנים, בגדלים 100 אבנים כל אחת .  
א. בכל מהלך מותר לבחור ערימה או שתי ערימות או שלוש ערימות ולהוריד מהן כמה אבנים שהשחקן רוצה (לא בהכרח כמות שווה).

ב. בכל מהלך מותר לבחור ערימה או שתי ערימות ולהוריד מהן כמה אבנים שהשחקן רוצה (לא בהכרח כמות שווה).

6) נתון לוח שח אינסופי ימינה ולמעלה. על הלוח עומד כלי שח. בכל מהלך מזיזים את הכלי. עבור אילו מיקומים של הכלי הראשון מנצח, אם הכלי הוא:  
(א) מלך, שיכול לעשות מהלך שמאלה, למטה, ושמאלה-למטה.  
(ב) מלך, שיכול לעשות מהלך שמאלה, למטה, שמאלה-למטה, שמאלה-למעלה וימינה-למטה.

(ג) פרש, שיכול לעשות כל צעד פרש שכולל 2 למטה או שמאלה.

7) א. נתונות 3 ערימות אבנים, בגדלים 3,4,6. בכל מהלך מותר לבחור ערימה ולהוריד ממנה כל כמות של אבנים.

ב. דיסקים דו-צדדיים נמצאים בשורה, כמו בציור. ניתן לבחור דיסק שחור (זנב), דיסק שנמצא משמאל אליו (לא בהכרח ברצף) ולהפוך את שני הדיסקים.



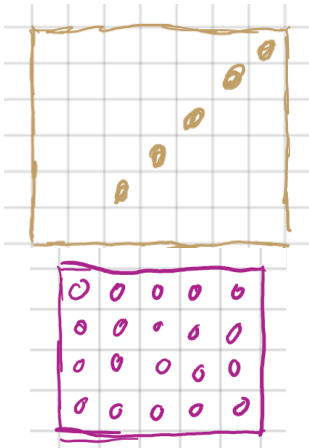
ג. נתון פס משבצות, שמתחיל במשבצת שמספרה 0, והולך ימינה. במשבצות שמספרם 6,7,12,13,17 נמצאים מטבעות. בכל מהלך מותר לבחור מטבע ולהזיז אותו שמאלה כל כמות של משבצות. אסור לשים כמה מטבעות באותה משבצת, ואסור לדלג על מטבעות.

ד. במשחק הקודם, בנוסף למהלכים קודמים מותר להוריד מטבע הכי שמאלי מהלוח. הפעם הפס מתחיל ממשבצת שמספרה 1, ומטבע שעומד במספר 12 עשוי מכסף, ומי שמוריד אותו מהלוח – מפסיד.

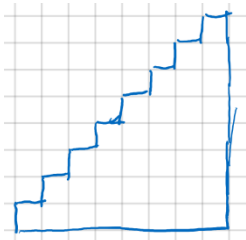
8) א. נתונים שני עותקים של משחק A. בכל מהלך מותר לבחור אחד ולשחק בו.  
ב. נתונים שלושה עותקים של משחק A. בכל מהלך מותר לבחור אחד ולשחק בו.  
ג. נתונים שני עותקים של משחק A. בכל מהלך משחקים בכל אחד מהעותקים.  
ד. נתונים שני עותקים של משחק A. בכל מהלך מותר לבחור אחד או שני עותקים ולשחק שם.  
(התשובה יכולה להיות תלויה במי מנצח ב-A)

# משחקים

## חלק 2



- (9) במלבן בגודל 7 על 6 משבצות מונחות אבנים כמו בציור. בכל מהלך מותר להזיז את אחד האבנים שמאלה או למטה (האבן, הכיוון והמרחק - לבחירת השחקן). מותר לשים כמה אבנים באותה משבצת, מותר לעבור מעל אבנים אחרים. בכל משבצת של מלבן 5 על 4 מונחת אבן, כמו בציור. בכל מהלך מותר להזיז את אחד האבנים שמאלה או למטה (האבן, הכיוון והמרחק - לבחירת השחקן). מותר לשים כמה אבנים באותה משבצת, מותר לעבור מעל אבנים אחרים. (כלומר כמו שאלה קודמת, אבל עם לוח אחר)



- (11) נתון לוח בצורת "משולש" שמורכב ממשבצות, כמו בציור. על הלוח מניחים 2 כלים. בכל מהלך מותר להזיז את אחד האבנים שמאלה או למטה (האבן, הכיוון והמרחק - לבחירת השחקן). מותר לשים כמה אבנים באותה משבצת, מותר לעבור מעל אבנים אחרים. לאילו מצבים התחלתיים של 2 האבנים לשחקן הראשון יש אסטרטגיית ניצחון, ולאילו מצבים – לשחקן השני?
- (12) נתונות ערימות של 8, 9, ו-10 אבנים, בכל מהלך מותר לבחור ערימה ולהוציא ממנה מספר ראשוני של אבנים. מי מנצח? אותה שאלה עבור 4 ערימות בגדלים: 24, 25, 26 ו-27.

## חלק 3

- (13) נתון לוח שח אינסופי ימינה ולמעלה. על הלוח עומד כלי שח. בכל מהלך מזיזים את הכלי. עבור אילו מיקומים של הכלי הראשון מנצח, אם הכלי הוא מלכה, שיכולה לעשות מהלך שמאלה, למטה, ושמאלה-למטה.
- (14) נתונות  $N$  ערימות אבנים, בגדלים  $a_1, a_2, \dots, a_N$  אבנים. בכל מהלך מותר לבחור מ-1 עד  $K$  ערימות ולהוריד מהן כמה אבנים שהשחקן רוצה (לא בהכרח כמות שווה). איך אפשר לחשב איזה מהשחקנים מנצח ולמצוא מהלך מנצח?
- (15) נתונות  $N$  ערימות אבנים, בגדלים  $a_1, a_2, \dots, a_N$  אבנים. בכל מהלך מותר לבחור ערימה ולהוריד ממנה כמה אבנים שהשחקן רוצה, אך אסור לגרום לכך שיהיו שתי ערימות בגדלים שווים. איך אפשר לחשב איזה מהשחקנים מנצח ולמצוא מהלך מנצח?