מחנה חורף, ירדן, 20.01.2022

1. עבור כל a_i ו- b_i ממשיים הוכיחו כי:
$(a_1^2+a_2^2+...+a_n^2)(b_1^2+b_2^2+...+b_n^2) \geq (a_1b_1+a_2b_2+...+a_nb_n)^2$.

2. עבור כל a, b ו- c ממשיים הוכיחו כי:
א) $(a^5+b^5+c^5+a^3c^2+b^3a^2+c^3b^2)^2 \geq 4(a^2+b^2+c^2)(a^5b^3+b^5c^3+c^5a^3)$
ב) $(a^3+b^3+c^3+a^2b+b^2c+c^2a)^2 \geq 4(a^2+b^2+c^2)(a^3b+b^3c+c^3a)$.

3. יהי a, b, c, x, y ו- z מספרים ממשיים. הוכיחו כי:
$(a(y+z)+b(z+x)+c(x+y))^2 \geq 4(a+b+c)(ayz+bzx+cxy)$.

4. יהי a, b, c, x, y ו- z מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:
$a(y+z)+b(z+x)+c(x+y) \geq 2\sqrt{(ab+ac+bc)(xy+xz+yz)}$.

5. יהי a_i ו- b_i מספרים ממשיים עבורם $\sum_{1\leq i<j\leq n} a_ia_j \geq 0$. הוכיחו כי:
$$\left(\sum_{i=1}^{n}\left(a_i\sum_{j\neq i}b_j\right)\right)^2 \geq 4\sum_{1\leq i<j\leq n}a_ia_j \cdot \sum_{1\leq i<j\leq n}b_ib_j$$.