אי שוויונים בסיסיים

1. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים ששום שניים מהם לא שווים ל-0.
הוכיחו כי: $\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{a+c}}+\sqrt{\frac{c}{a+b}}\geq 2$.

2. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים ששום שניים מהם לא שווים ל-0.
הוכיחו כי: $\sqrt{\frac{a(b+c)}{a^2+bc}}+\sqrt{\frac{b(a+c)}{b^2+ac}}+\sqrt{\frac{c(a+b)}{c^2+ab}}\geq 2$.

3. הוכיחו כי בכל משולש: $\frac{a}{m_a}+\frac{b}{m_b}+\frac{c}{m_c}\geq 2\sqrt{3}$.

4. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים אשר סכומם הוא 3.
הוכיחו כי: $\frac{12}{a(b+c)}+\sqrt{(a+8b^2)(a+8c^2)}\geq 10$.

5. יהי a, b, c, x, y ו- z מספרים חיוביים.
הוכיחו כי: $\frac{b+c}{ax}+\frac{c+a}{by}+\frac{a+b}{cz}\geq 2\sqrt{\frac{(a+b+c)^3}{abc(xy+xz+yz)}}$.

דף נוסחאות

1.AM-GM.
עבור כל מספרים חיוביים x_i ו- α_i כאלה ש- $\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n=1$
הוכיחו כי: $\alpha_1x_1+\alpha_2x_2+...+\alpha_nx_n\geq x_1^{\alpha_1}x_2^{\alpha_2}...x_n^{\alpha_n}$.

2.C-S.
א) עבור כל מספרים ממשיים a_i ו- b_i הוכיחו כי:
$(a_1^2+a_2^2+...+a_n^2)(b_1^2+b_2^2+...+b_n^2)\geq(a_1b_1+a_2b_2+...+a_nb_n)^2$.

ב) מסקנה. עבור כל a_i ממשיים ועבור כל $b_i>0$ הוכיחו כי:
$\frac{a_1^2}{b_1}+\frac{a_2^2}{b_2}+...+\frac{a_n^2}{b_n}\geq\frac{(a_1+a_2+...+a_n)^2}{b_1+b_2+...+b_n}$.

3.HOLDER.
עבור כל a_i, b_i, α ו- β חיוביים הוכיחו כי:

$$(a_1+a_2+...+a_n)^\alpha(b_1+b_2+...+b_n)^\beta\geq$$
$$\geq\left(\left(a_1^\alpha b_1^\beta\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}+\left(a_2^\alpha b_2^\beta\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}+...+\left(a_n^\alpha b_n^\beta\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\right)^{\alpha+\beta}$$