

## הזיות סילבסטר (אי שוויונים עם הרבה משתנים)

1. יהי  $a, b, c, x, y, z$  מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$(a+b)z + (b+c)x + (c+a)y \geq 2\sqrt{(ab+ac+bc)(xy+xz+yz)}$$

2. יהי  $a, b, c, x, y, z$  מספרים ממשיים. הוכיחו כי:

$$ax+by+cz + \sqrt{(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)} \geq \frac{2}{3}(a+b+c)(x+y+z)$$

3. יהי  $a+b+c+d = x+y+z+t$ . הוכיחו כי:

$$ax+by+cz+dt + \frac{x^2+y^2+z^2+t^2}{2} \geq ab+ac+bc+ad+bd+cd$$

4. יהי  $a, b, c, x, y, z$  מספרים חיוביים,  $xy+xz+yz+xyz = 4$  ו-

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \geq \frac{xyz}{abc} + 2$$

הוכיחו כי:  $ab+ac+bc+abc = 4$

5. יהי  $a, b, c, x, y, z$  מספרים חיוביים. הוכיחו כי:

$$\frac{b+c}{ax} + \frac{c+a}{by} + \frac{a+b}{cz} \geq 2\sqrt{\frac{(a+b+c)^3}{abc(xy+xz+yz)}}$$

6. יהי  $a, b, c, x, y, z$  מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:

$$(ax+by+cz)(ay+bz+cx)(az+bx+cy) \geq \sqrt{(ab+ac+bc)^3(xy+xz+yz)^3}$$