

Q3

1. (בלקן 2015 JBMO יום 1 שאלה 3) יהי ABC משולש, הישרים l_1 ו- l_2 מאונכים ל- AB ועוברים ב- A ו- B בהתאמה, M זה אמצע AB , הישרים המאונכים מ- M ל- AC , BC חותכים את l_1 ו- l_2 ב- E ו- F בהתאמה. D תוגדר להיות החיתוך של EF ו- MC . הוכיחו ש $\sphericalangle BDA = \sphericalangle EMF$.
2. (בלקן 2014 BMO TST יום 1 שאלה 3) יהי מעגל ω ונקודה P מחוץ למעגל, המשיקים מ- P למעגל משיקים ב- A, B . על הקטע AB נבחרה נקודה אקראית M . האנך ל- OM דרך M חותך את PA, PB בנקודות C, D , הוכיחו ש- M זה אמצע CD .
3. (בלקן 2017 JBMO TST יום 1 שאלה 3) יהי ABC משולש יש זווית A (ישרה) המשיקים מ- A ו- B למעגל החוסם נחתכים ב- D . הוכיחו ש- CD חוצה את הגובה מ- A .
4. (תורכיה 2016 EGMO TST יום 1 שאלה 3) יהי X נקודה על הצלע BC במשולש ABC , נקודות B' ו- C' נקודות עבורן $\overrightarrow{B'X} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{XC'}$, ישר דרך X שמקביל ל- AB' חותך את AC בנקודה Y וישר דרך X שמקביל ל- AC' חותך את AB בנקודה Z , הוכיחו ש- YZ עובר בנקודה קבועה כשנקודה X זזה.
5. (תורכיה 2019 EGMO TST יום 1 שאלה 3) יהי ABC משולש שווה שוקיים ($AC=AB$) ותהי D נקודה על המעגל החוסם, השיקוף של B ביחס ל- AD יסומן ב- E . הישר BE חותך שנית את המעגל החוסם של ABC בנקודה F , המשיק מ- F למעגל החוסם חותך ב- K את AC , אם AB ו- FD נחתכים ב- L , הוכיחו ש KLE ישר.
6. (גרמניה 2015 VAIMO יום 1 שאלה 3) יהי ABC משולש, נסמן ב- D ו- E את האמצעים של AB ו- AC בהתאמה, המעגלים BCD ו- BCE חותכים שנית את המעגל ADE בנקודות P, Q והוכיחו ש- A במרחק שווה מ- P, Q .
7. (בלארוס 2015 TST יום 1 שאלה 3) יהי ABC משולש, נסמן ב- P ו- Q את נקודות ההשקה של המעגל החוסם עם AB, AC וב- M, N את האמצעים של AB, AC בהתאמה, נסמן ב- X את החיתוך של BP עם CM ונסמן ב- Y את החיתוך של CQ עם BN . נתון ש AXY ישר. הוכיחו ש AX חוצה זווית של $\sphericalangle CAB$.
8. (מולדובה 2018 TST יום 1 שאלה 3) יהי ABC משולש, נסמן ב- O את מרכז המעגל החוסם, הישר AO חותך את הגבהים מ- B ו- C בנקודות P, Q והגבהים החתכים בנקודה H , הוכיחו שהמרכז המעגל של HPQ נמצא על תיכון במשולש ABC .
9. (שוויץ 2016 TST יום 1 שאלה 3) יהי ABC משולש ישר זווית (A זווית ישרה) גובה במשולש. תהי D נקודה במשולש כך ש AH חוצה את BD . נסמן ב- P את נקודת החיתוך של CD עם AH . יהי ω חצי מעגל עם קוטר CD כך ש- ω חותך את AC . ישר דרך P משיק ל- ω בנקודה Q . הוכיחו ש AQ ו- BD נחתכים על ω .
10. (קרואטיה 2016 TST יום 1 שאלה 3) תהי נקודה P במשולש ABC כך ש- $\frac{AP+BP}{AB} = \frac{BP+CP}{BC} = \frac{CP+AP}{CA}$, נסמן ב- A', B', C' את החיתוכים השניים של המעגל החוסם של ABC עם AP, BP, CP והוכיחו שהמעגל החוסם של ABC ושל A', B', C' מתלכדים. **בתאבון!**