

תרגיל פונקציונליות לרותם ספטמבר 2022

מצאו את כל:

1. הפונקציות $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ שמקיימות $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$
2. הפונקציות $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ שמקיימות $f(xf(y)) = f(xy) + x$
3. הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ שמקיימות $f(xf(y)) + f(yf(x)) = 2xy$
4. הפונקציות $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$ שמקיימות $f(x(2y+1)) = f(x(y+1)) + f(x)f(y)$
5. הפונקציות $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ שמקיימות $f(f(x)+y) = f(x+y) + x$
6. הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ עבורן $f(-1) \neq 0$ שמקיימות $f(1+xy) - f(x+y) = f(x)f(y)$
7. הפונקציות $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ שמקיימות $f(x+f(y)) = f(x+y) + f(y)$
8. הפונקציות $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ שמקיימות $f(f(x)f(y)) + f(x+y) = f(xy)$