

## למצוא פונקציות

1. מצאו את כל הפונקציות  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  המקיימות עבור כל  $x, y, z \in \mathbb{R}$

$$f(xy) + f(xz) - f(x) \cdot f(yz) \geq 1$$

2. מצאו את כל הפונקציות  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  המקיימות עבור כל  $x, y, z \in \mathbb{R}$

$$x \cdot f(y) + y \cdot f(z) + z \cdot f(x) = x \cdot f(z) + z \cdot f(y) + y \cdot f(x)$$

3. מצאו את כל הפונקציות  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  המקיימות עבור כל  $x, y \in \mathbb{R}$

$$f(f(x) + y) = f(x^2 - y) + 4y \cdot f(x)$$

4. מצאו את כל הפונקציות  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ , המקיימות

$$n \in \mathbb{Z} \text{ לכל } f(f(n)) = n$$

$$n \in \mathbb{Z} \text{ לכל } f(f(n+2) + 2) = n$$

$$f(0) = 1$$

5. מצאו את כל הפונקציות (א)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  (ב)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , המקיימות:

$$f(x + f(y)) = y^2 + f(x) \text{ לכל } x, y \text{ בתחום הגדרה.}$$

6. מצאו את כל הפונקציות  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , המקיימות

$$f((x+z)(y+z)) = (f(x) + f(z)) \cdot (f(y) + f(z)) \text{ לכל } x, y, z \text{ ממשיים.}$$

7. מצאו את כל הפונקציות (א)  $f: \mathbb{Z}_{>0} \rightarrow \mathbb{Z}$  (ב)  $f: \mathbb{Z}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$  המקיימות

$$x \cdot f(y) + y \cdot f(x) = (x+y)f(x^2 + y^2)$$

8. מצאו את כל הפונקציות  $f: \mathbb{Z}_{>0} \rightarrow \mathbb{Z}_{>0}$  כך ש-

$$f(a^2 + f(b) + c) = a \cdot f(a) + f(b+c)$$

9. מצאו את כל הפונקציות  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ , שמקיימות לכל  $x \neq 0, y \in \mathbb{Z}$ :

$$x \cdot f(2f(y) - x) + y^2 f(2x - f(y)) = \frac{(f(x))^2}{x} + f(y \cdot f(y))$$

לכל  $x \neq 0$  ולכל  $y$  שלם.