

בגרות בספרות

בתרגיל זה כל המספרים הם שלמים חיוביים, וכל הספרות הן בייצוג עשרוני

1. מספר נקרא שבע-רצון אם הוא מורכב מ-70 ספרות, וכל אחת מהספרות 1,2,3,4,5,6,7 מופיעה בו 10 פעמים בדיוק. נתונים מספרים שבעי-רצון a, b כך ש- a מתחלק ב- b . הוכיחו כי $a = b$.

2. אנטיגונה כותבת במחברת 1000 מספרים עוקבים, ומחשבת את הסכום הכולל של הספרות בכל המספרים שכתבה. מצאו את כל האפשרויות עבור הסכום הזה.

3. על הלוח רשום המספר 2019^{2020} . בכל דקה, מחליפים את המספר שעל הלוח בריבוע סכום הספרות של המספר הקודם. איזה מספר רשום על הלוח לאחר חמש דקות?

4. בהינתן מספרים x, y נאמר ש- x מכיל את y אם הרישום של y מופיע ברצף בתוך הרישום של x . למשל, 12345 מכיל את 34 אך לא את 35. מצאו את כל המספרים m בעלי התכונה הבאה: קיימים אינסוף מספרים אשר לא מכילים אף כפולה של m .

5. נתון n עבורו למספרים 4^n ו- 5^n יש את אותה הספרה השמאלית ביותר. הוכיחו שספרה זו היא 4 או 2.

6. נסמן ב- $S(n)$ את סכום הספרות של n . הוכיחו שלכל n מתקיים:

$$S(8n) \leq 8S(n) \quad \text{א.} \quad S(8n) \leq S(n) \quad \text{ב.}$$

7. מצאו 100 מספרים n_1, n_2, \dots, n_{100} כך שמתקיים

$$n_1 + S(n_1) = n_2 + S(n_2) = \dots = n_{100} + S(n_{100})$$

8. נסמן ב- $r(n)$ את המספר המתקבל מ- n לאחר היפוך סדר הספרות שלו. למשל, $r(578) = 875$ ו- $r(4700) = 0074$. מצאו את כל המספרים k בעלי התכונה הבאה: אם k מחלק את n , אז הוא בהכרח מחלק גם את $r(n)$.

9. בסיפורים קצרים רבים יש ביקורת על הערכים של החברה המתוארת בהם או על ההתנהגות של הדמות המרכזית. כלפי מי או כלפי מה מופנית הביקורת באחד מן הסיפורים הקצרים שלמדת? הסבר והדגם כיצד הביקורת באה לידי ביטוי בסיפור.

בתיאבון!