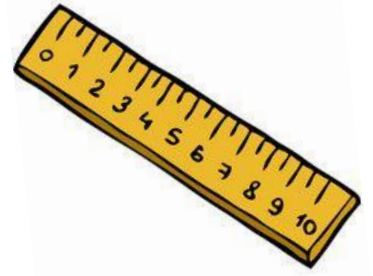


# ערך הציון



## ג'ברה זה לחלשים!!

1. על הצלע  $BC$  של משולש  $ABC$  נבחרו נקודות  $D, E$  כך  $D$  בין  $B, E$ . הנקודה  $P$  נבחרה כך שהמרובע  $PADB$  קמור וחסום במעגל וגם הישר  $PE$  מקביל ל- $AC$ . הנקודה  $Q$  נבחרה כך שהמרובע  $QADC$  קמור וחסום במעגל וגם הישר  $QE$  מקביל ל- $AB$ . הוכיחו שהמרובע  $DEQP$  חסום במעגל.

2.  $BE, CF$  הם גבהים במשולש  $ABC$  ו- $H$  הוא מפגש הגבהים. על מעגל תשע הנקודות של  $ABC$  נבחרה נקודה  $P$ . המעגל  $EHP$  חותך את  $CF$  בנקודות  $H, Q$  והמעגל  $FHP$  חותך את  $BE$  בנקודות  $H, R$ . הוכיחו כי כאשר  $P$  זזה על מעגל תשע הנקודות הישר  $QR$  עובר בנקודה קבועה.

3. המעגל החסום במשולש  $ABC$  משיק לצלע  $BC$  בנקודה  $D$ .  $M$  היא אמצע הצלע  $BC$ . הגובה מ- $A$  ל- $BC$  והגובה מ- $M$  לחוצה הזווית  $\angle BAC$  נפגשים בנקודה  $P$ . הוכיחו כי המעגל שקוטרו  $AP$  משיק למעגל החסום ב- $ABC$ .

4. משולש  $ABC$  חסום במעגל  $\omega$  שמרכזו  $O$ . על הצלע  $BC$  נבחרה הנקודה  $D$  כך שמתקיים  $\angle ODB = \angle ACB + \frac{\angle BAC}{2}$ . על האנך האמצעי של  $OD$  נבחרה נקודה  $E$ . מעגל  $\Gamma$  שמרכזו  $E$  ורדיוסו  $AE$  חותך את  $\omega$  בנקודות  $A, Q$ . האנך ל- $BC$  ב- $D$  חותך את  $\Gamma$  בנקודות  $P, R$ . הוכיחו כי קיימת נקודה  $X$  כך שלכל בחירה של  $E, X$  תהיה על הישר  $PQ$  או על הישר  $RQ$ .

5. נתון מעגל  $\omega$  ומשולש  $ABC$  כך שכל קודקוד שלו דואלי, ביחס ל- $\omega$ , לצלע הנגדית וכך ש- $A$  נמצאת בתוך  $\omega$ .  $M$  זו אמצע הצלע  $BC$ . הקטע  $AM$  חותך את  $\omega$  ב- $D$ . הוכיחו כי המעגל  $BCD$  משיק ל- $\omega$ .

6. נתון משולש שווה שוקיים  $ABC$ ,  $AB = AC$ . על הצלע  $BC$  נבחרה נקודה  $D$ . הישר המאונך ל- $BC$  העובר ב- $D$  חותך את  $AB, AC$  בנקודות  $X, Y$  בהתאמה. על הצלעות  $AB, AC$  נבחרו נקודות  $K, M$  כך ש- $AMDK$  מקבילית. נקודת החיתוך של  $KM$  עם  $BC$  תסומן  $L$ . הוכיחו כי המעגל החוסם של  $AXY$  משיק למעגל שמרכזו  $L$  ורדיוסו  $DL$ .

7. המעגל החוסם במשולש  $ABC$  משיק לצלעות  $AB, AC, BC$  בנקודות  $D, E, F$ . השיקוף של  $D$  ביחס ל- $EF$  יסומן  $D'$  והחיתוך של  $AD'$  עם  $BC$  יסומן  $P$ , באופן דומה נגדיר את  $Q, R$ . הוכיחו כי  $P, Q, R$  נמצאות על ישר אחד.

8. נתון מרובע  $ABCD$  החוסם מעגל שמרכזו  $I$ . מרכזי המעגלים החסומים ב- $DAB, ABC, BCD, CDA$  יסומנו  $I_A, I_B, I_C, I_D$  בהתאמה. מפגש המשיקים המשותפים החיצוניים של המעגלים  $AI_BI_D, CI_BI_D$  יסומן  $X$ , באופן דומה מפגש המשיקים המשותפים החיצוניים של המעגלים  $BI_AI_C, DI_AI_C$  יסומן  $Y$ . הוכיחו כי הזוויות  $\angle XIY$  ישרה.

9. במשולש  $ABC$  אמצעי הצלעות  $BC, AC, AB$  יסומנו  $D, E, F$  בהתאמה. מפגש התיכונים יסומן  $G$  ואמצעי הקטעים  $AG, BG, CG$  יסומנו  $M, N, K$  בהתאמה. נסמן ב- $\omega_A$  את המעגל העובר ב- $M$  ומשיק לצלע  $BC$  ב- $D$ . באופן דומה נגדיר את  $\omega_B, \omega_C$ . הוכיחו כי למעגלים  $\omega_A, \omega_B, \omega_C$  יש נקודה משותפת.

10.  $AD$  הוא גובה במשולש  $ABC$ . עקבי הגבהים מ- $D$  ל- $AB, AC$  יסומנו  $X, Y$  בהתאמה. החיתוך של  $BX$  עם  $CY$  יסומן ב- $Z$ . הוכיחו כי המעגל  $XYZ$  משיק למעגל שמרכזו ב- $A$  ורדיוסו  $AD$ .

