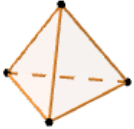


מרחב ואבטיחים



1. נתון אבטיח כדורי מושלם עם קליפה דקה. באמצעות סכין מישורי ארוך, חותכים את האבטיח: בכל פעם לוקחים את אחד החלקים וחותכים אותו לשניים. לאחר 4 פעולות, נוצרים 5 חלקים. ירון אוכל את כל האבטיח ומשאיר רק קליפה. מהו המספר המרבי של חלקים של הקליפה שיכולים להישאר?



2. כל הצלעות של מרובע מרחבי משיקות לקליפה כדורית. הראו כי 4 נקודות ההשקה נמצאות במישור אחד.

3. אבטיח שרדיוסו R מונח על שולחן מישורי. מעל השולחן, סביב האבטיח עפות N צרעות במרחק $\sqrt{2} \cdot R$ ממרכז האבטיח. עבור N גדול ביותר יתכן שהן לא רואות זו את זו? הערה: אם הקטע שמחבר שתי צרעות משיק לאבטיח, הן עדיין לא רואות זו את זו.

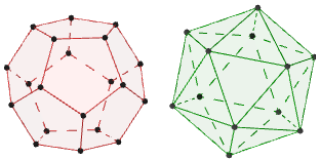
4. בארבעון $ABCD$, נסמן ב- l_A, l_B, l_C, l_D את הישרים שעוברים במרכזי המעגלים החסומים של הפאות ABC, ABD, ACD, BCD ומאונכים לפאות. הראו כי l_A פוגש את l_B אך ורק כאשר l_C פוגש את l_D .

5. ארבעון $SABC$ חסום בקליפה כדורית Ω . נסמן ב- Ω' את השיקוף של Ω ביחס למישור ABC . סיבובים ב- 180° סביב ישרים SA, SB, SC מעבירים את Ω לקליפות הכדוריות $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ בהתאמה. הראו כי $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ ו- Ω' עוברות באותה נקודה.

6. א. האם יתכן שחיתוך של כדור עם ארבעון משוכלל מורכב ממעגלים ברדיוסים 1, 2, 3 ו-4?
ב. האם הדבר יתכן כאשר רדיוס הכדור הוא 5?



7. נתון תמניון קמור לא משוכלל (אבל בצורה של תמניון רגיל, 8 פאות משולשיות, 4 פאות בכל קודקוד). הראו שמרכזי האליפסואידים שחסומים בו נמצאים על מישור אחד.



8. תריסרון משוכלל ועשרימון משוכלל חסומים באותו כדור. הראו כי הם גם חסומים אותו כדור.

9. ליוסי אבטיח בצורת כדור בקוטר 20 ס"מ. יוסי חותך את האבטיח באמצעות סכין ארוכה לאורך שלושה מישורים הניצבים זה לזה. כל חיתוך יוצר צורת מקטע בגובה h (מקטע הוא חלק העיגול החסום בין מיתר לקשת המתאימה לו). גובהו של מקטע הוא המרחק בין אמצע הקשת למיתר). האם בהכרח האבטיח חולק לשני חלקים שונים לפחות, כאשר:

א. $17 = h$ ס"מ?

ב. $18 = h$ ס"מ?



בתאבון