

יש מצב?

1. לצבי לוח 2018×2018 כל דקה צבי מציב על שתי משבצות ריקות של הלוח דומינו כך שלא יהיה ריבוע 2×2 או מלבן 1×4 או 4×1 שמכוסה על ידי שני דומינואים. האם יתכן שצבי יכסה יותר מ-99% מהלוח עם דומינואים?
2. האם ניתן לחתוך משולש לארבעה חלקים קמורים שאחד מהם משולש, אחד מרובע, אחד מחומש ואחד משושה?
3. האם ניתן לחלק מחומש קמור כלשהו למחומשים קמורים?
4. האם קיימת סדרה של מספרים טבעיים שבה כל מספר טבעי מופיע פעם אחת בדיוק ולכל k טבעי הסכום של k האיברים הראשונים בסדרה מתחלק ב- k ?
5. לצבי לוח 8×8 כל דקה צבי מציב חייל במשבצת ריקה של הלוח שלפחות שלוש מארבעת המשבצות השכנות שלה ריקות. מה היא הכמות המרבית של חיילים שצבי יצליח להציב על הלוח?
6. שואב אבק רובוטי בצורת עיגול נסע על רצפה שטוחה. לכל נקודה על שפת הרובוט קיים ישר שהנקודה נמצאה עליו לאורך כל המסע. האם בהכרח קיים ישר כך שמרכז הרובוט נמצא עליו לאורך כל המסע?
7. בתוך כל אחת משש התיבות $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ יש בהתחלה מטבע אחד. מותר לבצע שני סוגים של פעולות:
 - פעולה מסוג 1: לבחור תיבה לא ריקה B_j עבור $1 \leq j \leq 5$, להוציא מטבע אחד מתוך התיבה שנבחרה ולהוסיף שני מטבעות לתיבה B_{j+1} .
 - פעולה מסוג 2: לבחור תיבה לא ריקה B_k עבור $1 \leq k \leq 4$ להוציא מטבע אחד מתוך התיבה שנבחרה ולהחליף את התוכן (שיכול להיות ריק) של תיבות B_{k+1} ו- B_{k+2} . קבעו האם קיימת סדרה סופית של פעולות מהסוגים המותרים כך שבסופה התיבות B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 יהיו ריקות ותיבה B_6 תכיל בדיוק $2010^{2010^{2010}}$ מטבעות.
8. מצאו את כל השלמים החיוביים n עבורם קיימים שלמים אי-שליליים a_1, a_2, \dots, a_n כך שמתקיים
$$\frac{1}{2a_1} + \frac{1}{2a_2} + \dots + \frac{1}{2a_n} = \frac{1}{3a_1} + \frac{2}{3a_2} + \dots + \frac{n}{3a_n} = 1$$
9. האם ניתן למקם 10 ישרים במרחב כך שהמרחקים בין הישרים יהיו 1,2,3, ...,45.

10. מניחים אבני דומינו 2×1 על פני לוח 8×8 ללא חפיפות. האבנים יכולות לחרוג מגבולות הלוח, אבל המרכז של כל אבן חייב להיות בתוך הלוח (ממש בפנים ולא על הגבול). האם ניתן להניח באופן הבא:

א. 40 אבני דומינו?

ב. 42 אבני דומינו?

ג. 44 אבני דומינו?

11. במרחב תלת-ממדי נתון פאון לא קמור ולא שקוף ונקודה מחוץ לפאון. האם בהכרח מהנקודה אפשר לראות את אחד מקודקודי הפאון?

12. עבור איזה n קטן ביותר ניתן לצבוע 10 קודקודים של מצולע משוכלל בעל n קודקודים כך שהמרחקים בין זוגות קודקודים צבועים הם 45 מספרים שונים?

13. על הלוח רשומים ארבעה מספרים שונים בזוגות. ידוע כי כל מספר בערכו המוחלט גדול מ- 10^6 ושאינו מספר שמחלק את ארבעת המספרים. עידו רשם במחברת את ששת הסכומים של זוגות המספרים הרשומים על הלוח לאחר מכן הוא חילק את המספרים שרשם במחברת לזוגות וחישב את המכפלה בכל זוג. האם יתכן ששלושת המספרים שחישב יצאו שווים?

14. ארבעון מרחבי מחולק ל-5 פאונים קמורים

א. האם יתכן שלכל אחד מהפאונים הקמורים האלה יש בדיוק 9 פאות?

ב. האם יתכן שלכל אחד מהפאונים הקמורים האלה יש בדיוק 8 פאות?

ג. האם יתכן שלכל אחד מהפאונים הקמורים האלה יש בדיוק 7 פאות?

בתאבון!