

תרגיל גיאומטרי

1. נתון משולש ABC. הישרים שמקבילים לצלעות דרך נקודה X בתוך המשולש פוגשים את צלעות המשולש ב-6 נקודות. הראו כי 6 הנקודות נמצאות על מעגל אחד אם ורק אם X היא נקודת המפגש של ...

2. מחומש $A_1A_2A_3A_4A_5$ חסום במעגל. נקודה H_i היא מפגש הגבהים של $A_{i-1}A_iA_{i+1}$ (בהנחה שהאינקדסים מודולו 5, כלומר $5+1=1$). נקודה M_i היא אמצע הצלע הנגדית ל- A_i . הראו כי 5 הקטעים M_iH_i נפגשים בנקודה אחת.

3. נתונה פירמידה ABCS. במישור ABS מעבירים את האנך האמצעי ל-AB; שיקוף של S ביחס לאנך האמצע הוא C'. באופן סימטרי מגדירים את הנקודות B' ואת A'. הוכיחו כי המישורים A'B'C', A'BC', AB'C' ו-ABC נפגשים בנקודה אחת.

4. מרובע ABCD חוסם מעגל ω . המשכי הצלעות AB ו-CD נפגשים בנקודה Y. המעגל ω_1 משיק לצלע BC בנקודה K ומשיק גם להמשכי הצלעות AB ו-CD, המעגל ω_2 משיק לצלע AD בנקודה L ומשיק גם להמשכי הצלעות AB ו-CD. נתון כי Y, L ו-K נמצאים על ישר אחד. הראו כי אמצעי הצלעות AB, CD והמרכז של ω נמצאים על ישר אחד.

5. נתון כי בתוך מצולע חסום $A_1A_2A_3A_4...A_n$ קיימת נקודה P שמקיימת $\sphericalangle PA_1A_2 = \sphericalangle PA_2A_3 = \sphericalangle PA_3A_4 = \dots$. הראו שקיימת בתוכו גם נקודה Q שמקיימת $\sphericalangle QA_2A_1 = \sphericalangle QA_3A_2 = \sphericalangle QA_4A_3 = \dots$.

6. במרחב נתונות A ו-B וקליפה כדורית σ , כך שהישר AB לא חותך את σ , ואורך הקטע AB גדול מהקוטר של σ . הראו כי לכל שתי נקודות נוספות M ו-N במרחב עבורן σ חסומה בארבעון ABMN, הסכום $\sphericalangle AMB + \sphericalangle MBN + \sphericalangle BNA + \sphericalangle NAM$ זהה.