קומבי

1. קוביה $n\times n\times n$ מורכבת מתאים $1\times1\times1$. מכניסים וירוס ל-k תאים לפי בחירתכם. וירוס משתלת על תא נוסף אם הוא השתלת כבר על שלושה תאים סמוכים (לפי פאה). עבור איזה k מינימלי הווירוס יוכל להשתלט על כל הקוביה?

2. מצולע עם 1993 צלעות חולק למצולעים קמורים בעלי 7 צלעות. הראו שיש 4 קודקודים עוקבים של המצולע הגדול שמשתייכים לאותו מצולע עם 7 צלעות.

3. בגרף עם 300 קודקודים, גם אם תמחקו צלע, או אפילו שתי צלעות שאין להם קודקוד משותף, עדיין יהיה אפשר להגיע מכל קודקוד לכל לקודקוד (לאו דווקא ישירות). מהו המספר הקטן ביותר של צלעות שיכולות להיות בגרף זה?

4. הראו שמבין 50 אנשים, ניתן למצוא שניים שיש להם מספר זוגי של חברים משותפים (אולי 0}).

5. נתונה קבוצה אינסופית של ילדים שאוהבים משחקי מחשב. כל אחת מהם שיחק בדיוק 101 משחקים שונים. לכל שני ילדים יש משחק ששניהם שיחקו בו, אבל אין שניים ששיחקו בבדיוק אותם 101 משחקים. הראו שניתן להרכיב רשימה של 100 משחקי מחשב, שכל ילד שיחק במשחק אחד לפחות מהרשימה.