טריגו

1. הראו שאם $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$. אז
$$\sin 2\alpha+\sin 2\beta+\sin 2\gamma=4\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\sin\gamma$$

2. בהנחה $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=180^\circ$. חשבו את
$$\frac{\sqrt{8\prod_{i=1}^{4}\sin\alpha_i+2\sum_{i<j}\sin^2\alpha_i\cdot\sin^2\alpha_j-\sum_{i=1}^{4}\sin^4\alpha_i}}{\sum_{i=1}^{4}\sin\left(2\alpha_i\right)}$$

3. הראו שאם $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$. אז $\tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma=\tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\tan\gamma$.

4. נתון פולינום: $p(x)=x^4-5773x^3-46464x^2-5773x+46$. מצאו את סכום הארקטנגנסים של כל שורשיו הממשיים.

5. צלעות המרובע הקמור (לפי הסדר) הן a, b, c, d ואלכסוניו הם m, n, ושתי זוויות נגדיות שלו הן α,γ. הוכח כי $m^2n^2=a^2c^2+b^2d^2-2abcd\cos(\alpha+\gamma)$.

6. בסימונים של השאלה הקודמת $p=\frac{a+b+c+d}{2}$. הוכיחו את הנוסחה לשטח
$$S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)-abcd\cdot\cos^2\frac{\alpha+\gamma}{2}}$$

7. בסימונים של השאלה הקודמת הזווית בין האלכסונים $\phi\neq 90^\circ$ ואורכי הצלעות a,b,c,d בסדר זה. מצאו נוסחה לשטח המרובע באמצעות a,b,c,d,ϕ.

8. מסתבר כי $3.14157\sim$ $2^8\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}}}}$.
למה זה כל כך קרוב ל-π?

9*. מצאו את כל הזוויות הרציונאליות במעלות, שיש להם קוסינוס, סינוס או טנגנס רציונאלי.