יש סיכוי לפתור שאלה

1. יהיו $X_1, X_2, \dots, X_m$ תתי קבוצות של $\{1,2, \dots, n\}$ כך שאף X_i לא מוכל באף X_j. הוכיחו ש-

$$\sum_{i=1}^{s} \frac{1}{\binom{n}{|X_i|}} \leq 1$$

2. א. נתונים $0 < p, q \in \mathbb{R}, m, n \in \mathbb{N}$ כך ש-$q + p = 1$ הוכיחו כי

$$(1 - p^n)^m + (1 - q^m)^n \geq 1$$

ב. נתונים $0 < p, q, q \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$ כך ש-$q + p + r = 1$ הוכיחו כי

$$(1 - p^n)^n + (1 - q^n)^n + (1 - r^n)^n \geq 2$$

3. בתחרות השתתפו 799 קבוצות. כל קבוצה שיחקה מול כל קבוצה אחרת. הוכיחו שניתן למצוא 14 קבוצות שונות כך כל אחת מבין 7 הקבוצות הראשונות ניצחה את כל אחת מבין 7 הקבוצות האחרונות.

4. בממשלה 1600 שרים שהרכיבו 1600 ועדות של 80 שרים כל אחת. הוכיחו כי קיימות שתי ועדות ו-4 שרים הנמצאים בשתיהן.

5. תהיה $\boldsymbol{S}$ קבוצת כל הרציונליים מהצורה (abc). 0 כאשר a, b, c ספרות שונות. חשבו את סכום האיברים ב-$\boldsymbol{S}$.

6. הוכיחו כי בכל תת-גרף של $K_{n,n}$ שבו לפחות $n^2 - n + 1$ קשתות יש זיווג.

7. נתונים n מספרים רציונליים שלא כולם 0 אבל סכומם 0. הוכיחו שאפשר לסמן את המספרים ב-$a_1, a_2, \dots, a_n$ כך שיתקיים:

$$a_1a_2 + a_2a_3 + \dots + a_na_1 < 0$$

8. בתחרות שח השתתפו 40 שחקנים. סך הכל התנהלו 80 משחקים. ידוע שכל זוג שחקנים שיחק לכל היותר פעם אחת. נסו למצוא קבוצה כמה שיותר גדולה של שחקנים שאף שניים מהקבוצה לא שיחקו זה מול זה.

9. על מעגל סומנו 2^{500} נקודות ומסופרו מ-1 עד 2^{500} בסדר כלשהו. ערך של מיתר במעגל שווה לסכום מספרי הנקודות אותן הוא מחבר. הוכיחו שניתן למצוא 100 מיתרים עם ערכים זהים שאף שניים במיניהם לא נחתכים.

בהצלחה!