# מרימים אקספוננט!

בכל הגרסאות $p \nmid y \ \& \ p \nmid x$

| | | |
|---|---|---|
| $p \neq 2$ | $p \mid x-y$ | $v_p\left(x^n-y^n\right)=v_p\left(x-y\right)+v_p\left(n\right)$ |
| | $\& \ p \mid x+y$<br>$2 \nmid n$ | $v_p\left(x^n+y^n\right)=v_p\left(x+y\right)+v_p\left(n\right)$ |
| $p=2$ | $4 \mid x-y$ | $v_2\left(x^n-y^n\right)=v_2\left(x-y\right)+v_2\left(n\right)$ |
| | $\& \ 2 \mid x-y$<br>$2 \mid n$ | $v_2\left(x^n-y^n\right)=v_2\left(x-y\right)+v_2\left(x+y\right)+v_2\left(n\right)-1$ |

1. חשבו כמה פעמים $2^{3^n}+1$ מתחלק ב-3.
2. נתונים שלמים חיוביים $x, y, p, n, k$ כאשר $n$ אי-זוגי ו-$p$ ראשוני אי-זוגי. הוכיחו שאם $x^n+y^n=p^k$ אז $n$ זה חזקה של $p$.
3. מצאו את כל השלמים $a, b > 1$ עבורם מתקיים:

$$b^a | a^b - 1$$

4. פתרו בשלמים:

$$a^{2009}+b^{2009}=7^c$$

5. מצאו את כל ה-$a$-ים הטבעיים עבורם לכל $n$ המספר $4(a^n+1)$ זו חזקה שלישית של מספר שלם.
6. הוכיחו שלכל $n$ שלם $n^7+7$ לא ריבוע של מספר שלם.
7. מצאו את כל הראשוניים $p$ וזוגות של מספרים שלמים $(x, y)$ כך שהמספרים$y$ $+x^{p-1}$ ו- $x+y^{p-1}$ הם חזקות של $p$.
8. נתונים $a, b$ מספרים רציונליים שונים וחיוביים. ידוע שעבור אינסוף $n$-ים טבעיים מתקיים ש- $a^n-b^n$ שלם. הוכיחו כי גם $a, b$ שלמים.

***בתאבון!***