# פרויקטיבי פה ושם

1. במשולש ABC מתקיים $\angle A = 120^o, \angle B = 40^o$. AD הוא חוצה הזווית במשולש. על הצלע AC נבחרה נקודה E כך ש-$BD = CE$. הוכיחו ש-$BE \perp AD$.

2. $AD, CE$ הם גבהים במשולש $ABC$. ההיטלים של $A, C$ על $DE$ יסומנו ב-$F, G$ בהתאמה. ההיטלים של $D, E$ על $AC$ יסומנו $H, K$ בהתאמה. נקודת החיתוך של $FH$ עם $GK$ תסומן $P$. הוכיחו כי $BP$ חוצה את $DE$.

3. מעגל $\omega$ חסום במשולש $ABC$ ומשיק לצלעות $BC, AC, AB$ בנקודות $D, E, F$ בהתאמה. $G$ היא הנקודה הנגדית ל-$F$ על $\omega$. החיתוך של $GE$ עם $FD$ יסומן ב-$P$. הוכיחו ש-$PC||AB$.

4. יהיה משולש $ABC$ ומעגל $\omega_A$ המשיק לצלעות $AB, AC$. באופן דומה נגדיר $\omega_B, \omega_C$. חיתוך המשיקים המשותפים הפנימיים של $\omega_B, \omega_C$ יסומן $P_A$ באופן דומה נגדיר $P_B, P_C$. הוכיחו ש-$AP_A, BP_B, CP_C$ נחתכים בנקודה.

5. במשולש ABC I הוא מרכז המעגל החסום ו-O מרכז המעגל החוסם. המעגל החוסם משיק לצלעות BC, AC, AB ב-D, E, F בהתאמה. A′ היא השיקוף של A ביחס ל-O. המעגל החוסם של A′EF חותך שנית את המעגל החוסם של ABC ב-G. M היא אמצע EF והמעגל החוסם של AMG חותך שנית את המעגל החוסם של A′EF ב-H. נקודת החיתוך של GH עם EF תסומן T. הוכיחו ש-$DT \perp EF$.

6. המעגלים החסומים מבחוץ במשולש $ABC$ יסומנו $\omega_A, \omega_B, \omega_C$ ונקודות ההשקה שלהם עם הצלעות $BC, AC, AB$ יסומנו $D, E, F$ בהתאמה. המשיקים מ-$D$ ל-$\omega_B$ הם $BC$ ו-$l_A$ ואילו המשיקים מ-$D$ ל-$\omega_C$ הם $BC$ ו-$l_{A'}$. באופן דומה נגדיר $l_B, l_{B'}, l_C, l_{C'}$. הוכיחו כי המצולע שנוצר מהישרים $l_A, l_{A'}, l_B, l_{B'}, l_C, l_{C'}$ חוסם מעגל.

7. במשולש $ABC$ חסום מעגל ω המשיק לצלעות ב-$D, E, F$ ו-$I$ הוא המרכז של ω. עקב האנך מ-$D$ ל-$EF$ יסומן $K$. המעגל החוסם של $ABI$ חותך את ω ב-$C_1, C_2$ והמעגל החוסם של $ACI$ חותך את ω ב-$B_1, B_2$. הוכיחו שהציר הרדיקלי של המעגלים $BB_1B_2, CC_1C_2$ עובר באמצע $DK$.

# בהצלחה!