דיופנטי ועוד

1. מצאו את כל המספרים הטבעיים $n \geq 2$ כך שמתקיים

$$n = a^2 + b^2$$

כאשר a הוא המחלק הקטן ביותר של n שהוא לא 1 ו-b הוא מחלק כלשהו של n.

2. מצאו את כל השלמים החיוביים n עבורם מתקיים ש-

$$1! \cdot 3! \cdot 5! \cdot \ldots \cdot (2n-1)! = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)!$$

3. מצאו את כל הזוגות של מספרים שלמים חיוביים (x, y) עבורם מתקיים

$$x + y = a^n, \;\; x^2 + y^2 = a^m$$

עבור a, m, n שלמים חיוביים כלשהם.

4. יהיה S_n סכום ה-n הראשוניים הראשונים. האם יתכן ש-S_m, S_{m+1} הם ריבועים שלמים?

5. יהיו $n \geq 3, m$ שלמים חיוביים אי-זוגיים. הוכיחו כי

$$2^m - 1 \nmid 3^n - 1$$

6. הוכיחו כי קיים מספר טבעי n עבורו לביטוי

$$1! + 2! + 3! + \ldots n!$$

יש מחלק ראשוני הגדול ממיליאתלאפיםועודקצת.

7. מצאו את כל הזוגות של מספרים שלמים חיוביים m, n ו-$n \neq 3$ עבורם מתקיים:

$$m^2 - 1 | 3^m + (n! - 1)^m$$

8. יהיו $m > 2, n > 1$ מספרים שלמים חיוביים כך ש-$m^n + 1$ ריבוע שלם. הוכיחו שכמות המחלקים הראשוניים של m גדולה לפחות ב-2 מכמות המחלקים הראשוניים של n.

9.** יהיה $p \equiv 3 \; mod \; 4$ ראשוני הוכיחו שמבין המספרים $1, 2, \ldots \frac{p-1}{2}$

יש יותר שאריות ריבועיות משאריות לא ריבועיות.

בתאבון!