גיאוקומבי!

1. ריבוע חולק למלבנים. האם בהכרח ניצן למצוא שני מלבנים כך שקו המחבר את מרכזיהם נמצא כולו באיחוד של שני מלבנים אלו?

2. בתוך מעגל סומנו 100 נקודות כך שאף שלוש לא על ישר אחד. הוכיחו כי ניתן לחלק את הנקודות לזוגות ולהעביר ישר דרך כל זוג כך שנקודות החיתוך של כל הישרים יהיו בתוך המעגל.

3. במישור סומנו $2N$ נקודות ו-$3N$ ישרים. הוכיחו כי ניתן למצוא נקודה במישור כך שסכום המרחקים ממנה לנקודות המסומנות יהיה גדול מסכום המרחקים ממנה לישרים המסומנים.

4. חילקו את עיגול היחידה לחלקים חופפים כך שהשפה של לפחות אחד מהחלקים לא תכיל את מרכז העיגול.

5. במישור נתונים N ישרים במצב כללי (אף שניים לא מקבילים ואף 3 לא נחתכים בנקודה). הישרים חילקו את המישור לאזורים. הוכיחו כי ניתן לתת עלות לכל אזור כך שכל ישר יחלק את המישור לשני חלקים שעלותם זהה.

6. יערה גזרה משולש מנייר לאחר מכאן כל דקה היא גזרה את אחד המשולשים שהיו לה לשני משולשים קטנים יותר. לאחר זמן מה, אך לא פחות משעה, התברר ליערה כי כל המשולשים שיצרה חופפים. מצאו את כל המשולשים ההתחלתיים עבורם זה מצב זה אפשרי.

7. נתון מצולע משוכלל עם 2012 צלעות. מהו ה-N המקסימלי עבורו ניתן לבחור N קודקודים של המצולע שיצרו מצולע קמור בלי צלעות מקבילות?

8. במישור סומנו 60 נקודות כך שאף 3 לא על ישר אחד. הוכיחו כי ניתן לצייר 20 משולשים עם קודקודים בנקודות מסומנות (כל נקודה קודקוד של משולש אחד בדיוק) כך שלכל המשולשים יש נקודה פנימית משותפת.

9. במישור נתונות N נקודות ו-N מגדלאורים שמאירים זווית בגודל $\frac{2\pi}{N}$. הוכיחו שניתן להציב מגדלור בכל נקודה כך שכל המישור יהיה מואר.

א. עבור $N=3$. ב. $N=4$ ג. N כללי.

ד. הפעם כל מגדלור מאיר זווית α_i כך ש-$\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_N=2\pi$

והמגדלורים הוצבו בהתחלה בראשית הצירים. המתרה הפעם זה להזיז את המגדלורים לנקודות המסומנות (בלי לסובב) כך שכל המישור יהיה מואר.

בתאבון!