היחיד שיודע להקליד, יום ב'

1. סכום של ערכים שבריים של כמה מספרים חיוביים שווה לערך שלם של מכפלתם. הוכיחו כי ערך שברי של הסכום שווה למכפלה של ערכים שלמים. (תזכורת: $x = \lfloor x \rfloor + \{x\}$ עבור $\lfloor x \rfloor$ שלם ו־$0 \leq \{x\} < 1$)

2. על כל צלע של מצולע קמור בעל 100 קודקודים סימנו שתי נקודות שמשלשות את הצלע הזו. השאירו את הנקודות המסומנות ואת כל שאר הציור מחקו. האם אפשר לשחזר את הציור באופן חד משמעי?

3. n מספר שלם חיובי ו־A קבוצה של שלמים חיוביים עם תכונה כזאת: לכל $0 < m \leq n$, בקבוצה A קיים מספר שמתחלק ב־m. מה המינימום של סכום איברי A?

4. בשבט הערסים משתמשים בשתי אותיות: א' ו־ה'. כל מילה מורכבת מ$2n$ אותיות א' ו־$2n$ אותיות ה' (n קבוע). בלשנים קוראים לשתי מילים "קרובות" אם ניתן לקבל אחת מהשניה על ידי החלפת סדר של אותיות סמוכות. מה הכמות המקסימאלית של מילים שניתן לרשום כך שאין שתי מילים קרובות? תנו תשובה בנוסחה מפורשת וסגורה