שאלות רוסיות!

1. על הלוח יש n מספרים שלמים שונים. מכפלה של 2 המספרים הגדולים זה 77 ומכפלה של שני המספרים הקטנים זה גם 77. מה הערך המקסימאלי האפשרי של n?

2. ישנן קבוצות A, B של מספרים טבעיים שונים. כל קבוצה היא בגודל n וסכום איבריה הוא n^2. הוכיחו שיש להן איבר משותף.

3. ABC משולש ישר זווית עם $\angle B = 90°$ ו־H עקב הגובה מ־B. נקודות D, E, F נבחרו על הקטעים BC, BH, CH בהתאמה כך ש$\angle BAD = \angle CAE$ וגם $\angle AFE = \angle CFD$. צריך להוכיח ש־$\angle AEF = 90°$.

4. יהי $p > 3$ ראשוני. הוכיחו שקיים מספר טבעי $y < p/2$ כך ש־$py + 1$ לא ניתן להצגה כמכפלה של שני מספרים גדולים מ־y.

5. בטבלה $N \times N$ כתובים כל המספרים בין 1 ל־N^2. מספר נקרא גדול אם הוא מקסימום בשורה שלו וקטן אם הוא מינימום בעמודה שלו. נסכום את המספרים הגדולים, נסכום את המספרים הקטנים, ונחסיר אחד מהשני. מה הערך המקסימאלי האפשרי?