תחרות כנדית

1. יש $n \geq 3$ מספרים חיוביים שונים. הראות שיש לכל היותר $n-2$ חזקות שלמות של שלוש, שאפשר לרשום כסכום של שלוש איברים שונים מבין ה-n מספרים האלו.

2. $ABCD$ הוא מעויין נתון. הקטע PQ משיק למעגל החסום של $ABCD$, כאשר P על הצלע AB ו-Q על הצלע AD, הראו שכאשר PQ זז, השטח של משולש CPQ הוא קבוע.

3. יש כמות סופית של מטבעות בארנק של דוד. הערך של כל אחד מהמטבעות האלו הוא מספר שלם השונה עבור כל זוג מטבעות. האם זה אפשרי שכמות הדרכים של דוד לשלם ערך של בדיוק 2020 הוא 2020?

4. $S = \{1, 4, 8, 9, 16, ...\}$ זו קבוצת החזקות שלמים המושלמים. מסדרים את האיברים של S לסדרה עולה a_i. הוכיחו שיש אינסוף n עבורם $9999 | a_{n+1} - a_n$.
הערה: מספר נקרא חזקה שלמה מושלמת אם אפשר לרשום אותו מהצורה n^k כאשר n, k שלמים ו-$k \geq 2$.

5. בגרף פשוט G יש 19998 קודקודים. עבור כל תת גרף $\bar{G}$ של G עם 9999 קודקודים, ל$\bar{G}$ יש לפחות 9999 קשתות. מצאו את הכמות המינימליות של קשתות ב-G.