# שאלות רוסיות של חתניקים

1. על הלוח כתובים 4 מספרים חיוביים. הוכיחו שאפשר לבחור שניים מהם כך שההפרש ביניהם קטן משליש סכום שני אחרים

2. ישנם 99 תלמידים במחנה. אצל כל תלמיד יש אותה כמות חברים. נקרא לקבוצה **פופולרית** אם כל מי שלא בה, מכיר לפחות מישהו אחד בפנים (כל הלא־פופולריים מכירים מישהו פופולרי). צריך להוכיח שבהינתן קבוצה פופולרית מגודל לפחות 49 אפשר לקחת תת־קבוצה שלה בגודל בדיוק 49

3. יהי משולש $ABC$, שבו $2\angle B - \angle A = 180$. ישנה נקודה $K$ בתוך המשולש ו־$L \neq B$ על $AB$, כך ש־$\angle ACK = \angle 2\angle BCK$ וגם $BK = KL$. תוכיחו ש־$CK + AL = AC$

4. על הלוח כתובים המספרים השלמים החיוביים $a_1, ..., a_k$ ($k < 2020$). נתון שלכל $a_i$, אפשר לבחור חלק מהמספרים האחרים על הלוח, כך שסכום חזקות ה־1024 שלהם מתחלק בחזקת 1024 של $a_i$ (לדוגמה, $a_k^{1024} | a_1^{1024} + a_2^{1024} + ... + a_j^{1024}$). הוכיחו שמבין המספרים הללו, לפחות 2 שווים זה לזה